

Mathesis Firenze
mercoledì 4 novembre 2015



Esperimenti chiave della fisica quantistica

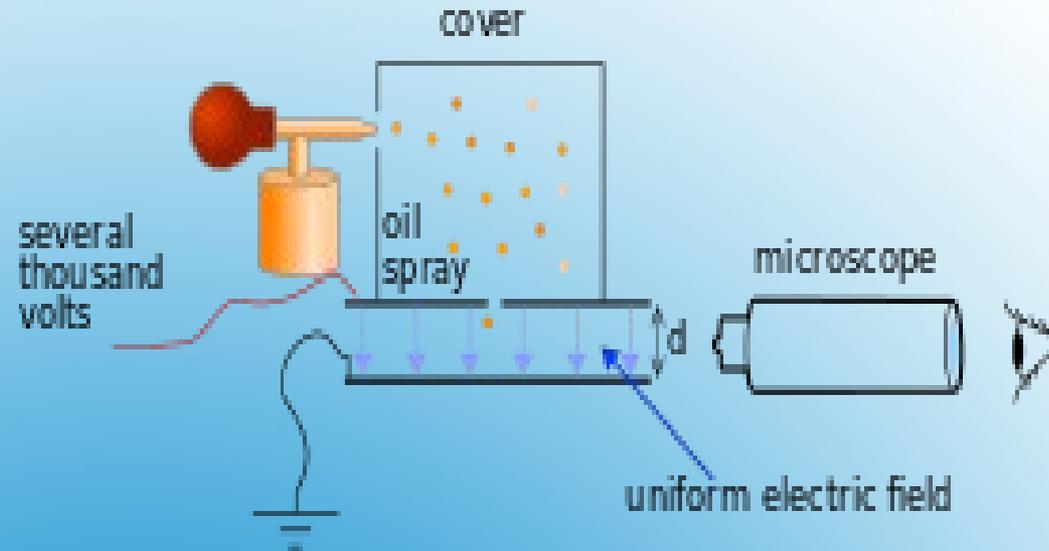
Prof. Emilio MARIOTTI



UNIVERSITÀ
DI SIENA 1240

QUANTIZZAZIONE DELLA CARICA

L'ESPERIMENTO DI MILLIKAN



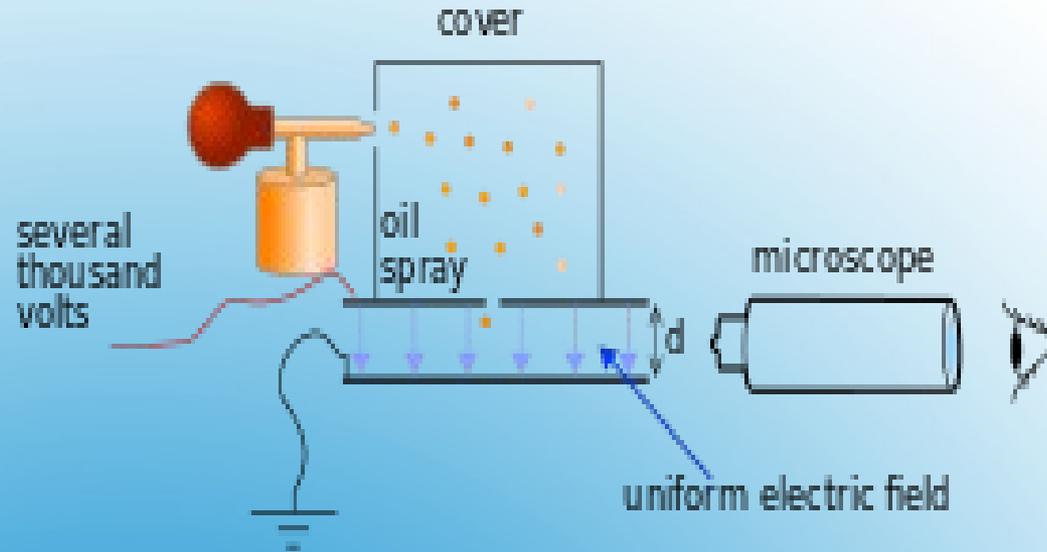
Idea: misura diretta della carica portata da un corpo isolato. Si varia la carica e si ripete la misura per dimostrare che i valori sono lultipli interi di una carica minima.



Occorre servirsi di corpi piccoli, su cui si accumulino piccole quantità di carica

QUANTIZZAZIONE DELLA CARICA

L'ESPERIMENTO DI MILLIKAN



Massa efficace:
$$M = \frac{4\pi}{3} a^3 (\rho_{olio} - \rho_{aria})$$

All'equilibrio:
$$Mg = q \frac{\Delta V}{d}$$

da cui si ricaverebbe q , se fosse nota M

QUANTIZZAZIONE DELLA CARICA

IL VERO ESPERIMENTO DI MILLIKAN

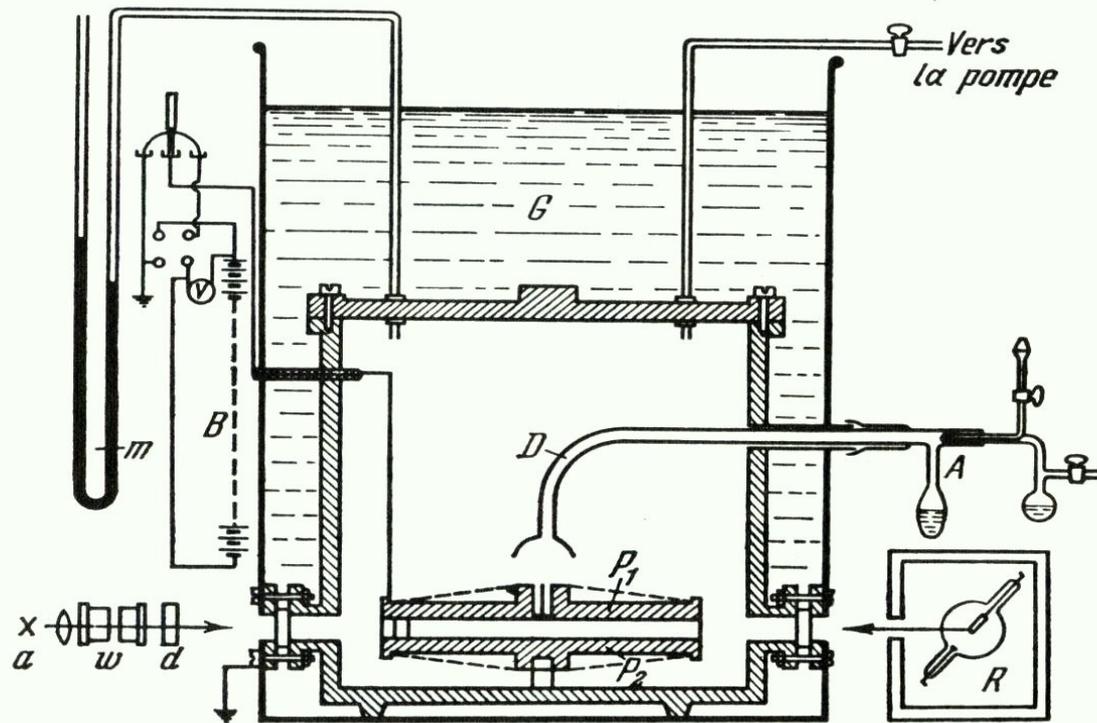


Fig. 2. Schéma de l'installation de Millikan : a — source de lumière; w , d — filtres absorbant les rayons thermiques; P_1 P_2 — condensateur; A D — pulvérisateur pour l'obtention des gouttelettes d'huile; G — bain d'huile (thermostat); B — batterie; m — manomètre; R — tube à rayons X

QUANTIZZAZIONE DELLA CARICA

IL VERO ESPERIMENTO DI MILLIKAN

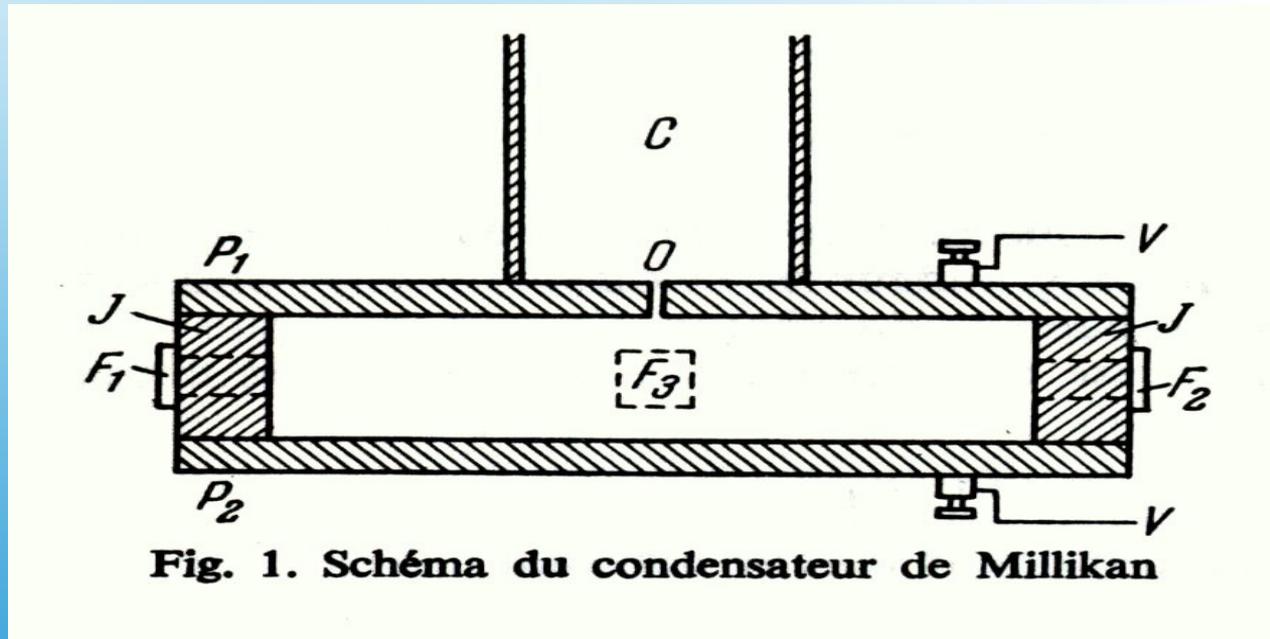


Fig. 1. Schéma du condensateur de Millikan

Tolta la tensione al condensatore, si misura la velocità con cui la goccia cade sotto l'azione di gravità e attrito

$$v_0 = B Mg \quad B = \underset{a \ll l}{(6\pi\eta a)^{-1}} \left(1 + A \frac{l}{a} \right) \quad a \approx l \quad \eta \propto \rho l$$

QUANTIZZAZIONE DELLA CARICA

IL VERO ESPERIMENTO DI MILLIKAN

Si ricava il raggio della goccia

$$a = \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\eta v_0}{(\rho - \rho_0) g}}$$

e da questo la massa M .

Si applica a questo punto una tensione al condensatore, in modo che

$$qE - Mg = 6\pi\eta a v_E$$

Dalle due condizioni di equilibrio,

$$q = \frac{6\pi\eta a}{E} (v_0 + v_E) = 9\sqrt{2}\pi \sqrt{\frac{\eta v_0}{(\rho - \rho_0) g}} (v_0 + v_E)$$

QUANTIZZAZIONE DELLA CARICA

IL VERO ESPERIMENTO DI MILLIKAN

Ionizzando l'aria tra le armature, si può modificare il valore di q

$$q_1 = 9 \sqrt{2} \frac{\pi}{E} \sqrt{\frac{\eta v_0}{(\rho - \rho_0) g}} (v_0 + v'_E)$$

da cui

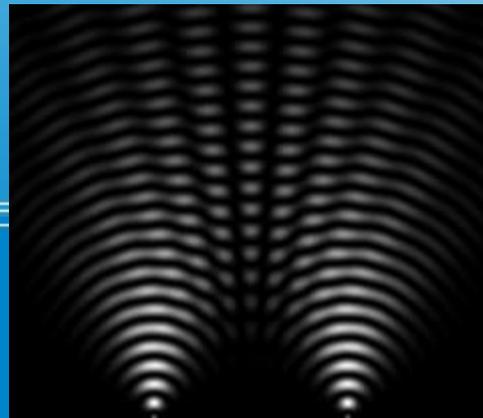
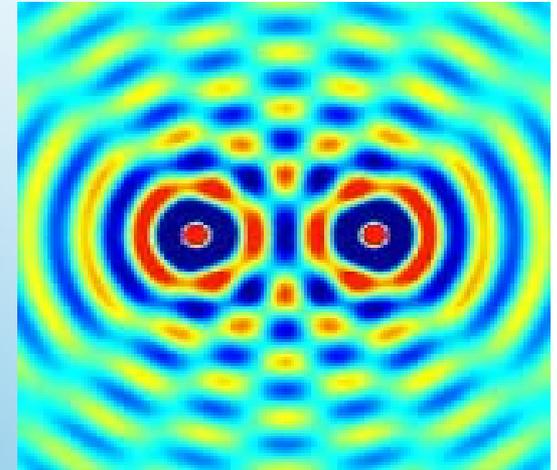
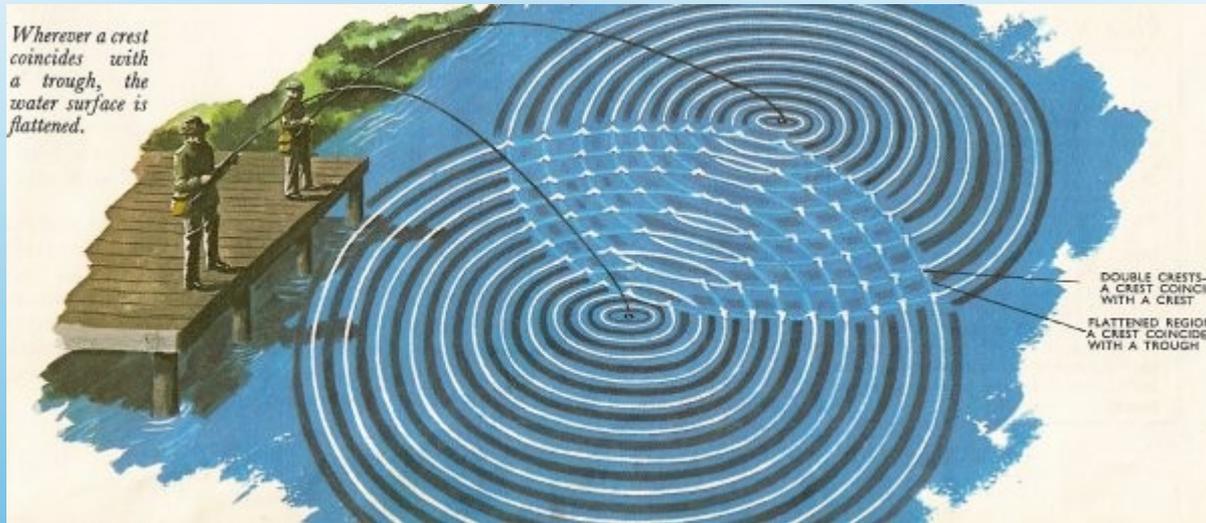
$$\Delta q = 9 \sqrt{2} \frac{\pi}{E} \sqrt{\frac{\eta v_0}{(\rho - \rho_0) g}} (v_E - v'_E)$$

t_E (s)	$1/t_E$	$1/t'_E - 1/t_E$	n'	$1/n'(1/t'_E - 1/t_E)$	$1/t_g + 1/t_E$	$n+n'$	$1/n(1/t_g + 1/t_E)$
80.708	0.01236	0.03234	6	0.005390	0.09655	18	0.005366
22.375	0.04470	0.03751	7	0.005358	0.12887	24	0.005371
140.565	0.00719	0.005348	1	0.005358	0.09138	17	0.005375
79.600	0.01254	0.01616	3	0.005387	0.09673	18	0.005374
34.785	0.02870				0.11289	21	0.005376

INDIPENDENZA DELLA VELOCITÀ DELLA LUCE DAL RIFERIMENTO

CAMPI CLASSICI

INTERFERENZA (2 sorgenti)



In Phase Sources

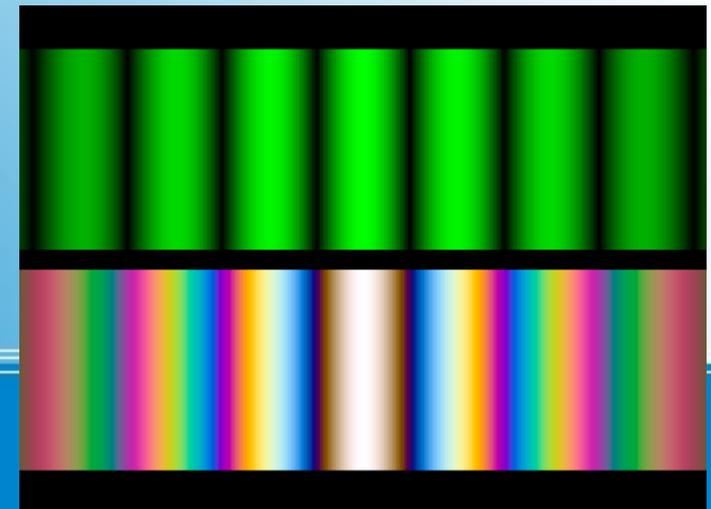
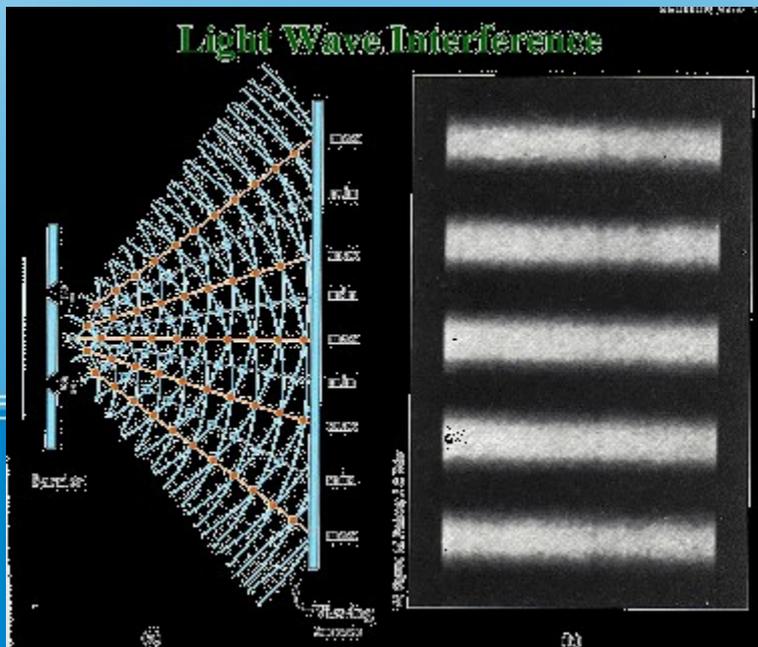
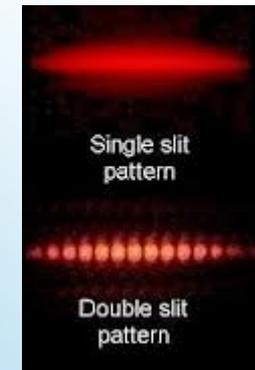
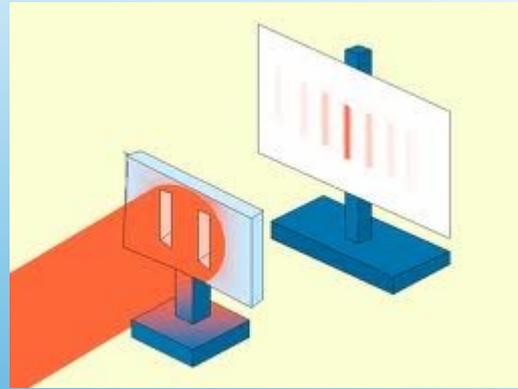
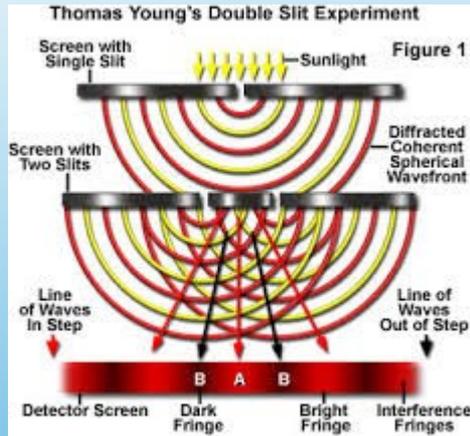
$$\Delta l = \begin{cases} m\lambda & \text{Constructive} \\ (m + \frac{1}{2})\lambda & \text{Destructive} \end{cases}$$

Out of Phase Sources

$$\Delta l = \begin{cases} m\lambda & \text{Destructive} \\ (m + \frac{1}{2})\lambda & \text{Constructive} \end{cases}$$

CAMPI CLASSICI

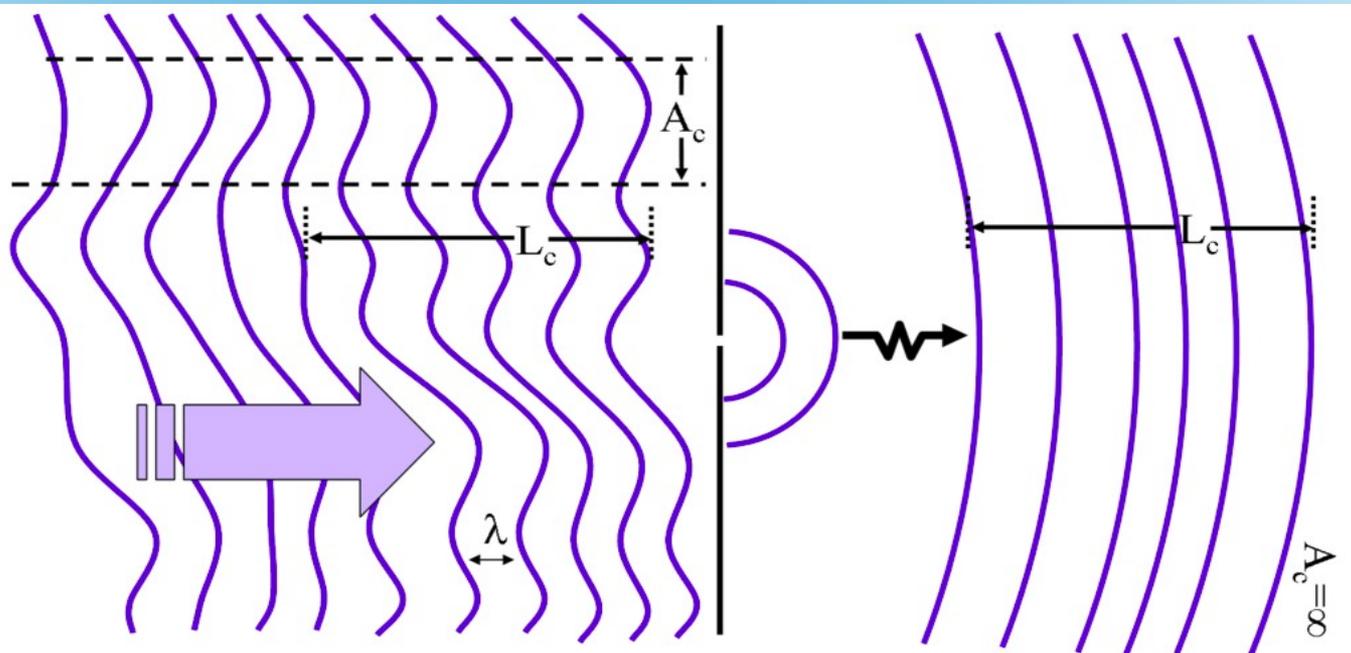
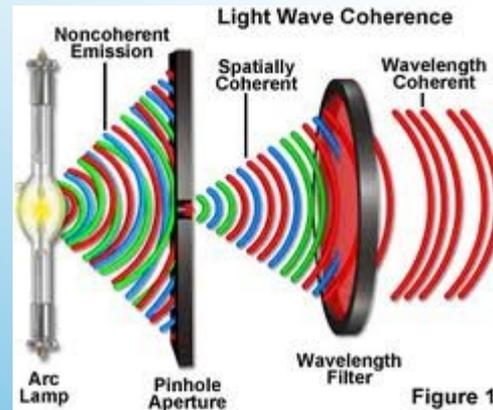
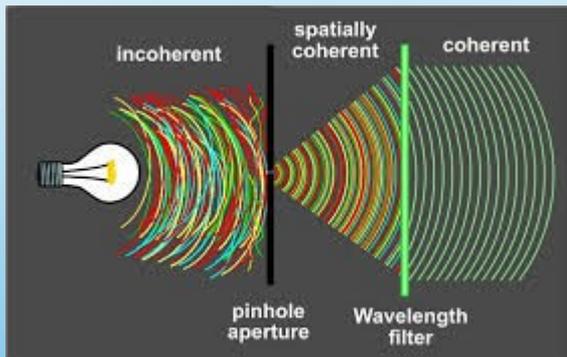
INTERFEROMETRO DI YOUNG



Attenti al linguaggio!

CAMPI CLASSICI

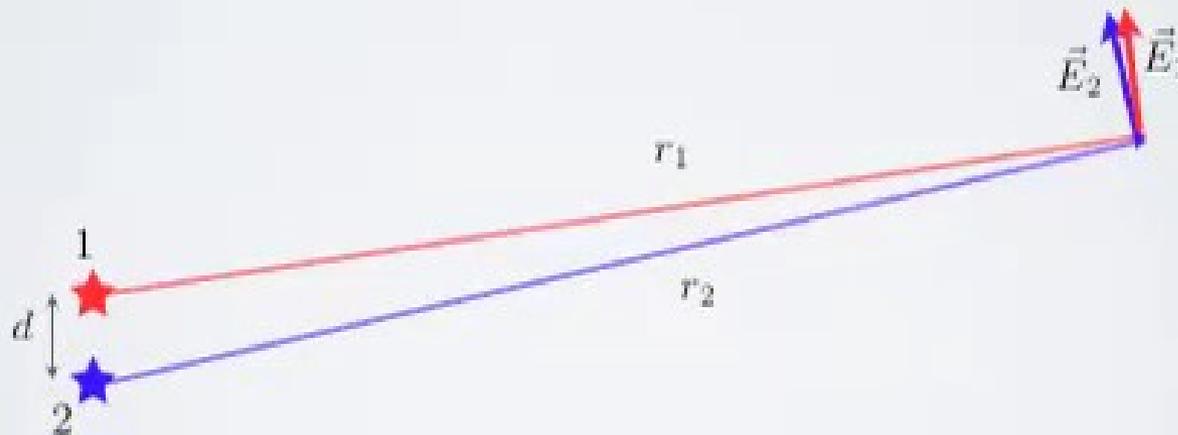
COERENZA



Sorgenti
coerenti
vs.
sorgenti
incoerenti
??

INTERFERENZA

Prendiamo in considerazione due sorgenti *puntiformi monocromatiche* con stessa frequenza e stessa fase iniziale e osserviamo la sovrapposizione a grande distanza (molto maggiore della distanza che separa le sorgenti). Supponiamo inoltre che le onde siano *polarizzate linearmente* nello stesso modo: a grande distanza i vettori campo elettrico prodotti dalle due sorgenti risultano praticamente paralleli (in modo da poterli sommare come quantità scalari: *approssimazione scalare*)



slide 40

INTERFERENZA



Supponiamo anche che le due onde armoniche abbiano la stessa ampiezza:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \sin(kr_1 - \omega t)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 [\sin(kr_1 - \omega t) + \sin(kr_2 - \omega t)]$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_0 \sin(kr_2 - \omega t)$$

(a grande distanza dalle sorgenti onde circa piane)

INTERFERENZA

Quello che osservo (o misuro) è l'intensità:

$$I \propto (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)_{medio}^2$$

$$(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)_{medio}^2 = (\vec{E}_1)_{medio}^2 + (\vec{E}_2)_{medio}^2 + 2(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2)_{medio}$$

l'interferenza è contenuta nel doppio prodotto!

$$(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \neq E_1^2 + E_2^2$$

slide 47

INTERFERENZA

$$\vec{E} = \vec{E}_0[\sin(kr_1 - \omega t) + \sin(kr_2 - \omega t)]$$

$$I \propto E_0^2[\sin(kr_1 - \omega t) + \sin(kr_2 - \omega t)]_{\text{medio}}^2$$

$$I \propto E_0^2[2 \sin(k\bar{r} - \omega t) \cos(k \frac{r_1 - r_2}{2})]_{\text{medio}}^2$$

$$I \propto 4E_0^2 \cos^2(k \frac{r_1 - r_2}{2})$$

$$I \propto 2E_0^2[1 + \cos(k\Delta r)]$$

$$I = 2I_0[1 + \cos(k\Delta r)]$$

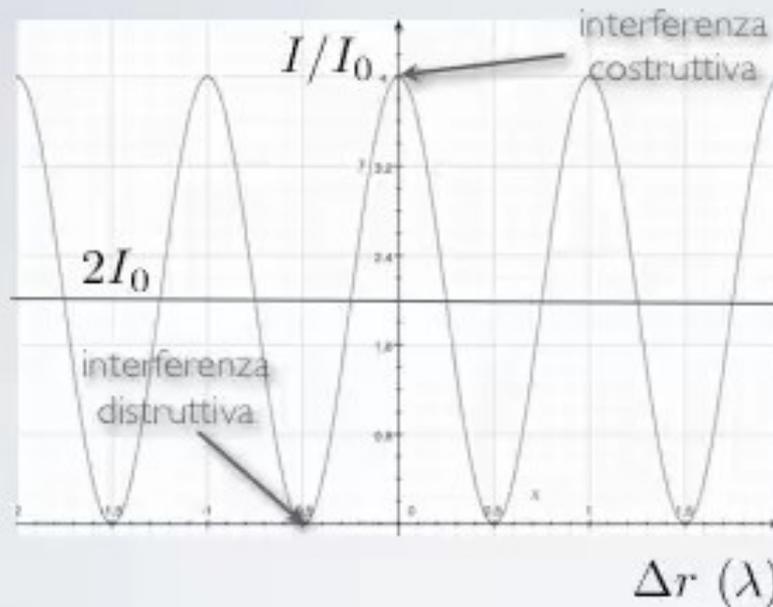
$2\pi \frac{\Delta r}{\lambda}$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi)$$

slide 48-2

INTERFERENZA

Δr è la differenza di cammino tra le sorgenti



$$I_{1+2} \neq I_1 + I_2$$

L'interferenza corrisponde ad una redistribuzione dell'energia nello spazio. A causa della conservazione dell'energia l'interferenza non può essere ovunque costruttiva o distruttiva.

slide 49

INTERFERENZA

I punti di uguale differenza di cammino tra le sorgenti in questo caso appartengono a superfici nello spazio: iperboloidi di rotazione.



$$|r_2 - r_1| = N\lambda$$

$$N = 0, 1, 2, \dots$$

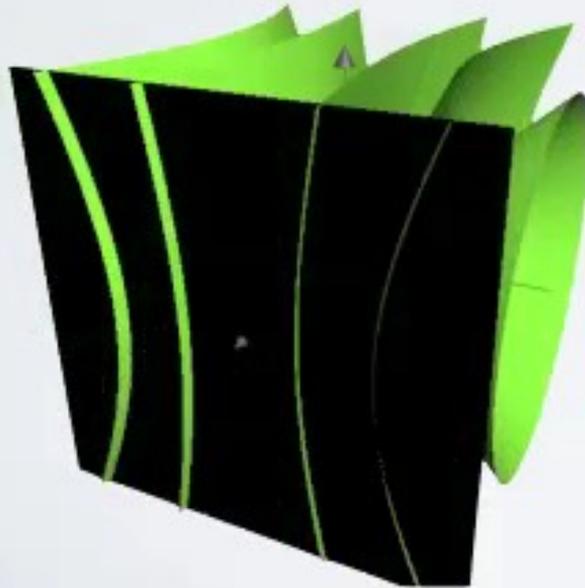
Alcune delle superfici corrispondenti a differenze di cammino pari ad un numero intero di lunghezze d'onda. In questi punti la perturbazione risultante ha ampiezza massima e si ha interferenza costruttiva

slide 50

INTERFERENZA

Un modo per osservare l'interferenza è quello di disporre uno schermo nello spazio. La luce viene diffusa dallo schermo e si osserva una figura di interferenza composta da frange chiare e scure in corrispondenza dei massimi e minimi di illuminazione

Lo schermo "taglia" gli iperboloidi parallelamente alla retta sulla quale giacciono le sorgenti

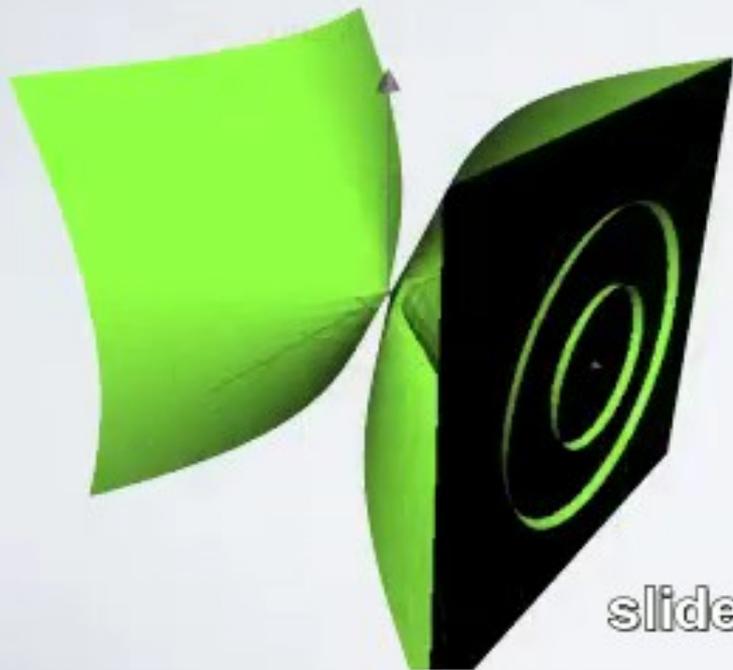


Sullo schermo appaiono frange iperboliche chiare e scure. Se ci limitiamo ad una regione centrale dello schermo sufficientemente piccola le frange appaiono rettilinee



INTERFERENZA

Lo schermo "taglia" gli iperboloidi
perpendicolare alla retta sulla quale
giacciono le sorgenti



Sulle schermo appaiono frange
circolari chiare e scure. La zona
centrale può essere un
massimo oppure un minimo in
funzione della distanza tra le
sorgenti



slide 52

INTERFERENZA

Fino ad ora abbiamo supposto le sorgenti con fase iniziale uguale.

Se la fase iniziale risulta diversa le frange si spostano ma si osserva lo stesso interferenza.

La condizione per osservare interferenza è che la differenza di fase tra le sorgenti si mantenga costante nel tempo.

Quando questo accade si dice che le sorgenti sono COERENTI.

slide 53

Interferenza e coerenza

Anche disponendo di due sorgenti con la stessa frequenza nominale di fatto risulta impossibile osservare effetti di interferenza tra onde emesse da sorgenti indipendenti.

Accendendo due lampadine ad incandescenza identiche in una stanza la luminosità complessiva è pari alla semplice somma della luminosità dovuta alle lampadine prese separatamente, come mostra l'esperienza quotidiana.

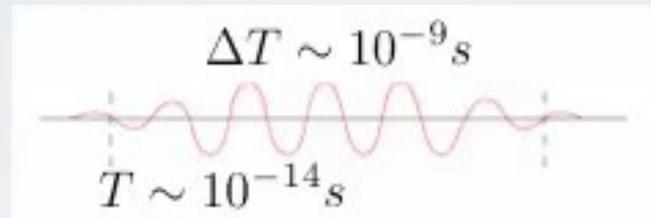
Questo fatto si spiega guardando al processo microscopico di emissione della luce. Una sorgente macroscopica (un filamento a incandescenza, un tubo di scarica in gas, una stella...) consiste di un gran numero di sorgenti microscopiche scorrelate (gli atomi, che si comportano schematicamente come oscillatori armonici).

slide 54

INTERFERENZA

Vediamo un modello di quello che accade durante l'emissione di luce:

1. Un atomo quando viene eccitato (ad esempio tramite urto) emette un treno d'onda di lunghezza finita



l'onda risultante non è quindi mai armonica: non esistono sorgenti perfettamente monocromatiche.

2. La perturbazione ottica risultante dalla sovrapposizione di tutti questi treni d'onda non ha ampiezza e fase costanti nel tempo, poiché ogni volta che una sorgente microscopica si "accende" o si "spegne" la perturbazione risultante cambia rapidamente fase, ampiezza e polarizzazione.

slide 55

INTERFERENZA

Interferenza e coerenza

Da quanto detto segue che:

- ❑ due sorgenti indipendenti risultano non coerenti

Se le sorgenti non sono puntiformi abbiamo inoltre che

- ❑ una stessa sorgente estesa (il filamento della lampadina per esempio) può essere suddivisa in un gran numero di sorgenti elementari quasi-puntiformi (ciascuna contenente un numero elevato di "sorgenti microscopiche")
- ❑ ciascuna di queste sorgenti elementari emette indipendentemente dalle altre \Rightarrow sorgenti elementari non coerenti tra loro

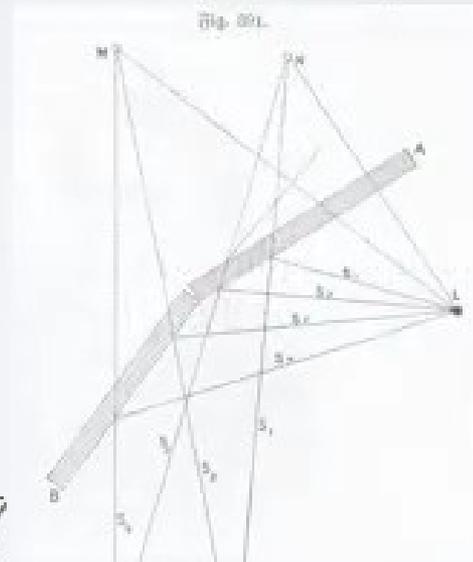
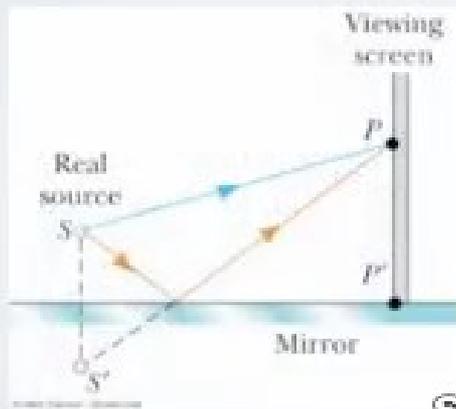
slide 56

INTERFERENZA

Come osservare l'interferenza allora?

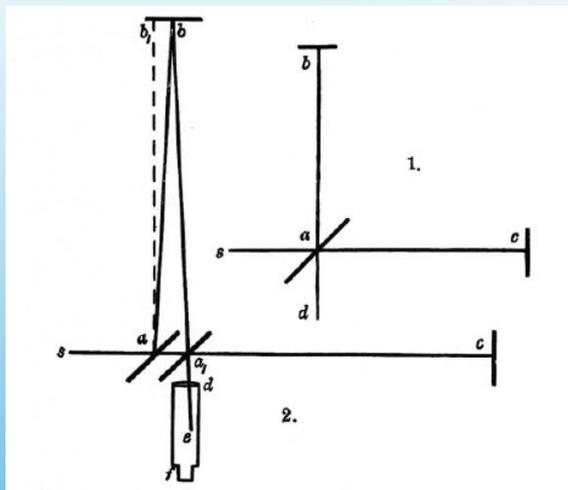
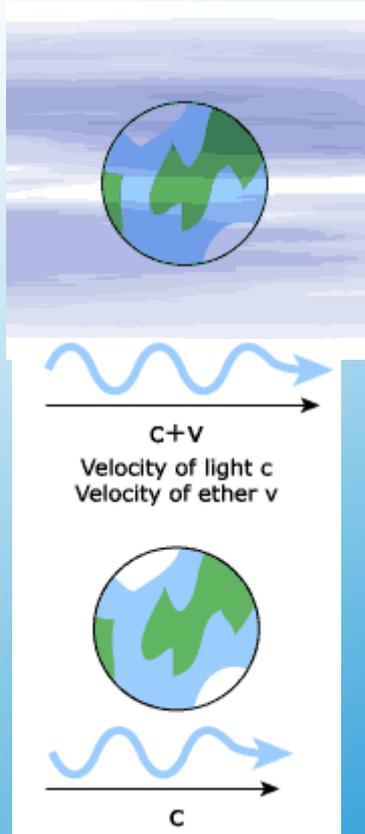
□ si può far interferire una sorgente con la propria immagine prodotta da uno specchio (coppia sorgente reale-sorgente virtuale coerenti)

Questo "trucco" funziona con sorgenti quasi puntiformi: se la sorgente è estesa ciascuna sorgente elementare -interferendo con la propria immagine virtuale- darà un sistema di frange sullo schermo. La sovrapposizione di molti sistemi di frange indipendenti porta alla distruzione della figura di interferenza.



slide 57

ESPERIMENTO DI MICHELSON - MORLEY



Let V = velocity of light.
 v = velocity of the earth in its orbit.
 D = distance ab or ac , fig. 1.
 T = time light occupies to pass from a to c .
 T' = time light occupies to return from c to a , (fig. 2.)

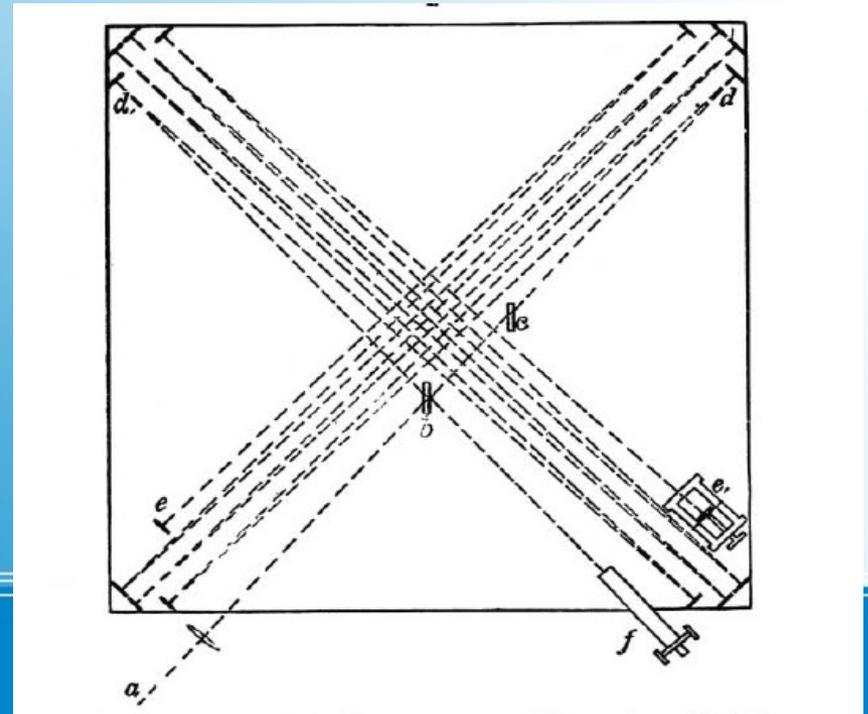
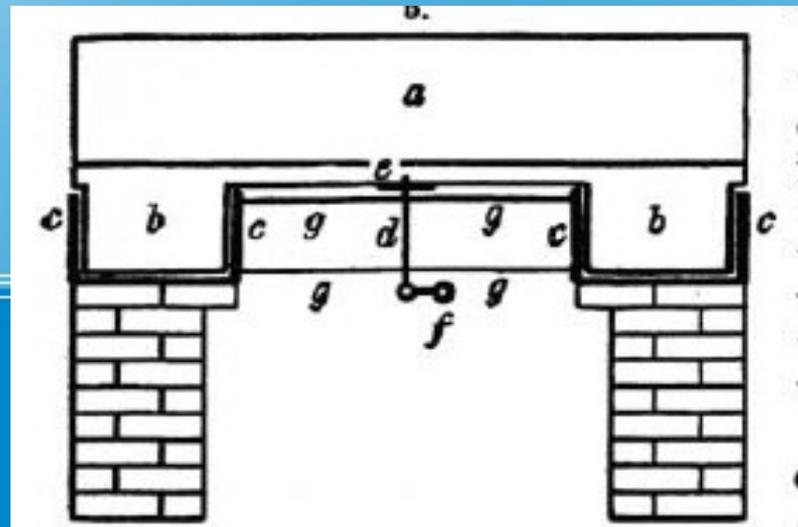
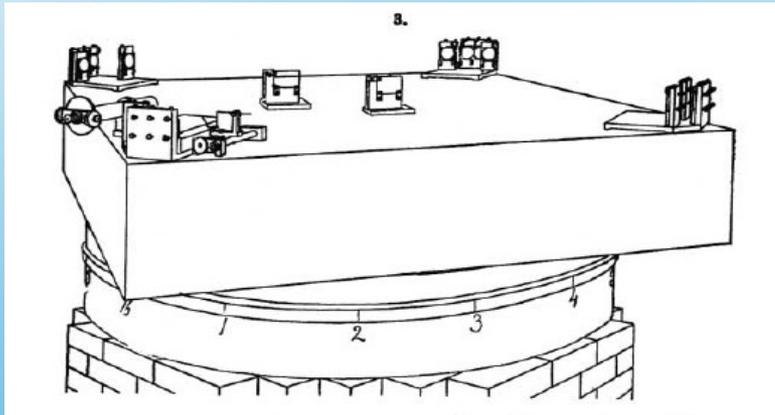
Then $T = \frac{D}{V-v}$, $T' = \frac{D}{V+v}$. The whole time of going and coming is $T+T' = 2D \frac{V}{V^2-v^2}$, and the distance traveled in this time is $2D \frac{V^2}{V^2-v^2} = 2D \left(1 + \frac{v^2}{V^2}\right)$, neglecting terms of the fourth order. The length of the other path is evidently $2D \sqrt{1 + \frac{v^2}{V^2}}$, or to the same degree of accuracy, $2D \left(1 + \frac{v^2}{2V^2}\right)$. The difference is therefore $D \frac{v^2}{V^2}$. If now the whole apparatus be turned through 90° , the difference will be in the opposite direction, hence the displacement of the interference fringes should be $2D \frac{v^2}{V^2}$. Con-

be $2D \times 10^{-8}$. If, as was the case in the first experiment, $D = 2 \times 10^6$ waves of yellow light, the displacement to be expected would be 0.04 of the distance between the interference fringes.

In the first experiment one of the principal difficulties encountered was that of revolving the apparatus without producing distortion; and another was its extreme sensitiveness to vibration. This was so great that it was impossible to see the interference fringes except at brief intervals when working in the city, even at two o'clock in the morning. Finally, as before remarked, the quantity to be observed, namely, a displacement of something less than a twentieth of the distance between the interference fringes may have been too small to be detected when masked by experimental errors.

ESPERIMENTO DI MICHELSON - MORLEY

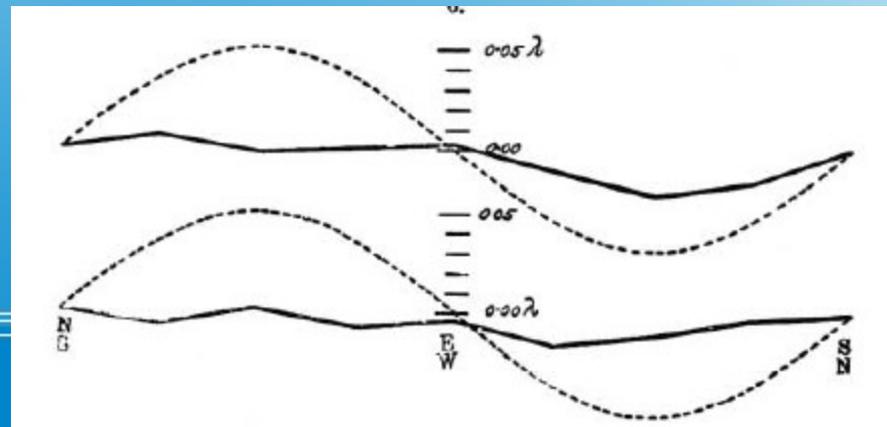
The first named difficulties were entirely overcome by mounting the apparatus on a massive stone floating on mercury; and the second by increasing, by repeated reflection, the path of the light to about ten times its former value.



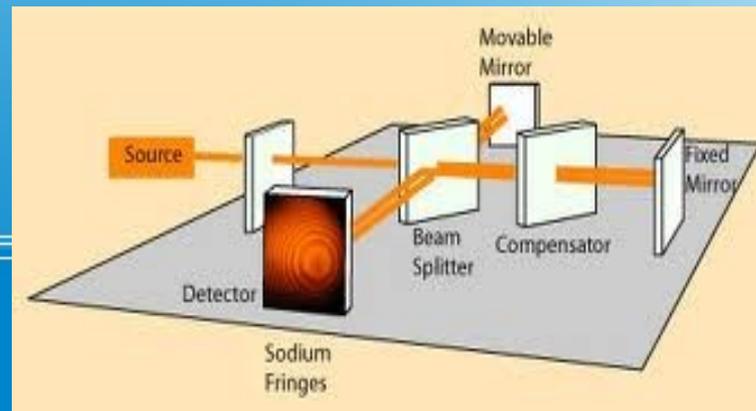
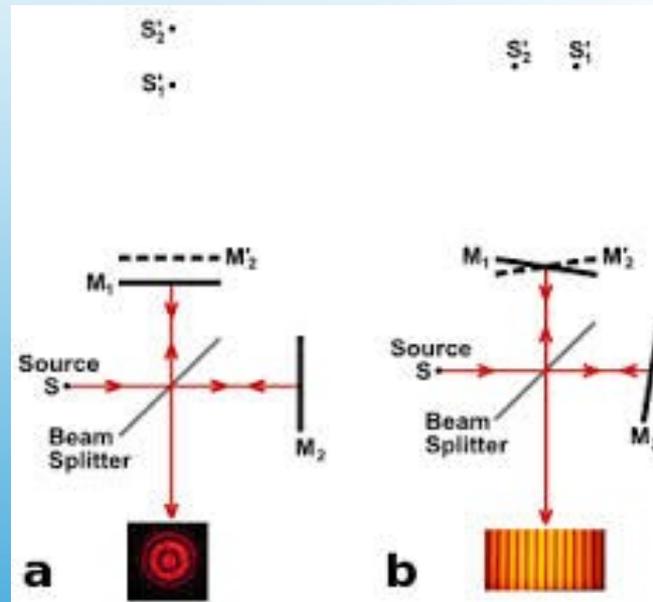
ESPERIMENTO DI MICHELSON - MORLEY

The results of the observations are expressed graphically in fig. 6. The upper is the curve for the observations at noon, and the lower that for the evening observations. The dotted curves represent *one-eighth* of the theoretical displacements. It seems fair to conclude from the figure that if there is any dis-

placement due to the relative motion of the earth and the luminiferous ether, this cannot be much greater than 0.01 of the distance between the fringes.

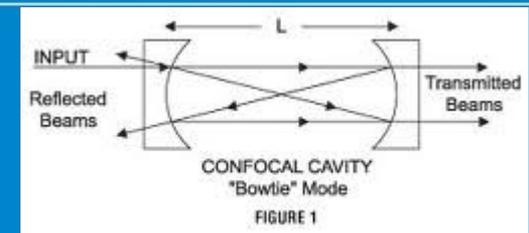
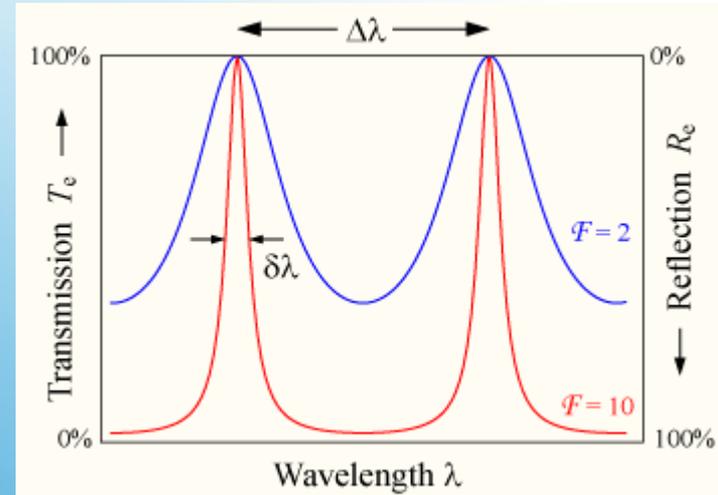
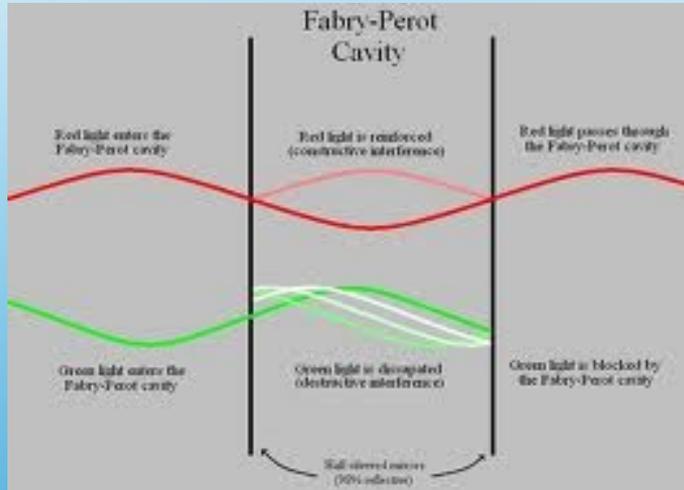


ESPERIMENTO DI MICHELSON - MORLEY

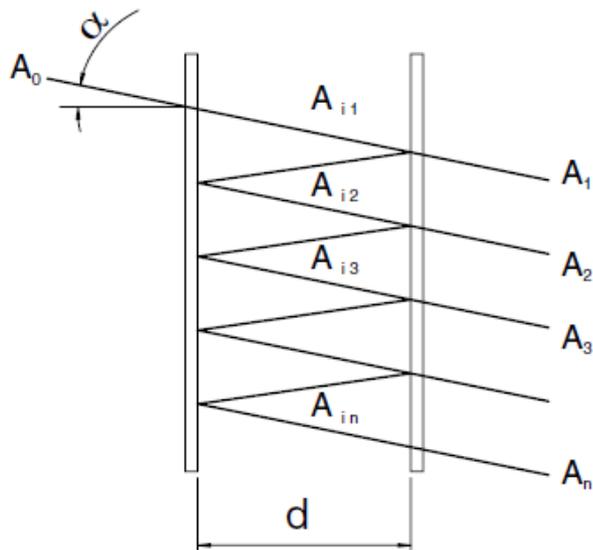
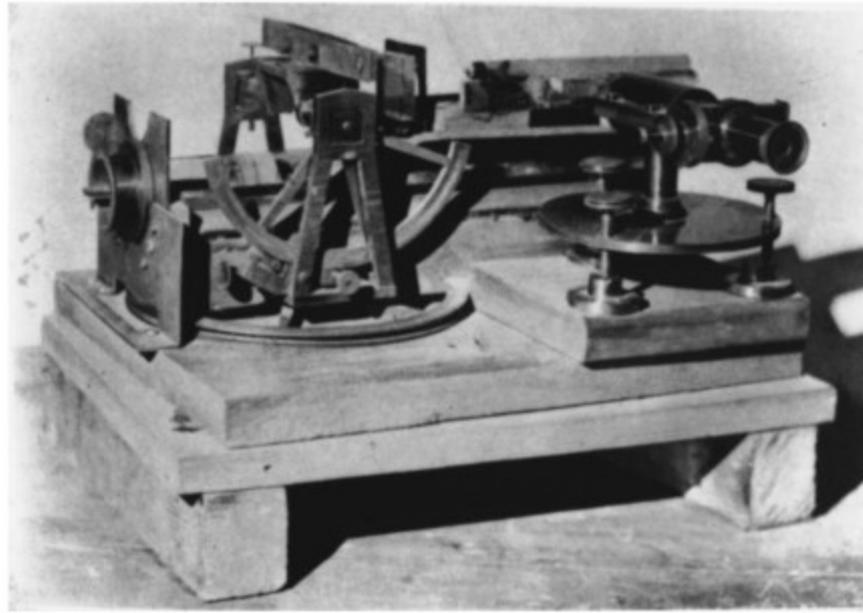


ALLA BASE DELL'EMISSIONE LASER

INTERFEROMETRO DI FABRY - PÉROT



INTERFEROMETRO DI FABRY - PÈROT



$$A_1 = \sqrt{1-R} \cdot A_{i1} = (1-R) \cdot A_0$$

$$A_2 = \sqrt{1-R} \cdot A_{i2} = (1-R) \cdot R^2 A_0$$

$$A_3 = \sqrt{1-R} \cdot A_{i3} = (1-R) \cdot R^3 A_0$$

$$A_n = \sqrt{1-R} \cdot A_{in} = (1-R) \cdot R^n A_0$$

INTERFEROMETRO DI FABRY - PÈROT

$$E_1 = A_1 \cdot \cos(\omega t + kx)$$

$$E_2 = A_2 \cdot \cos(\omega t + kx + \delta)$$

$$E_3 = A_3 \cdot \cos(\omega t + kx + 2 \cdot \delta)$$

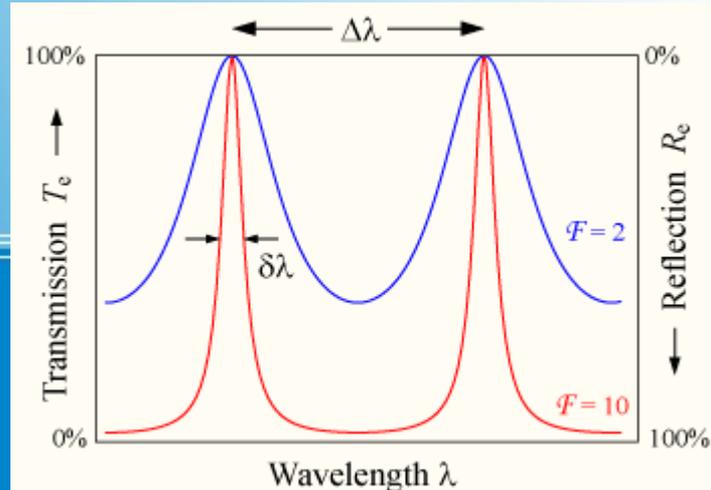
$$E_n = A_n \cdot \cos(\omega t + kx + (n-1) \cdot \delta)$$

$$E_n = (1-R) \cdot R^n \cdot A_0 \cdot \cos(\omega t + kx + (n-1) \cdot \delta)$$

$$E = \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\omega t + kx)} \cdot (1-R) \cdot A_0 \cdot e^{-i\delta} \cdot \frac{1}{1-R \cdot e^{i\delta}} \right\}$$

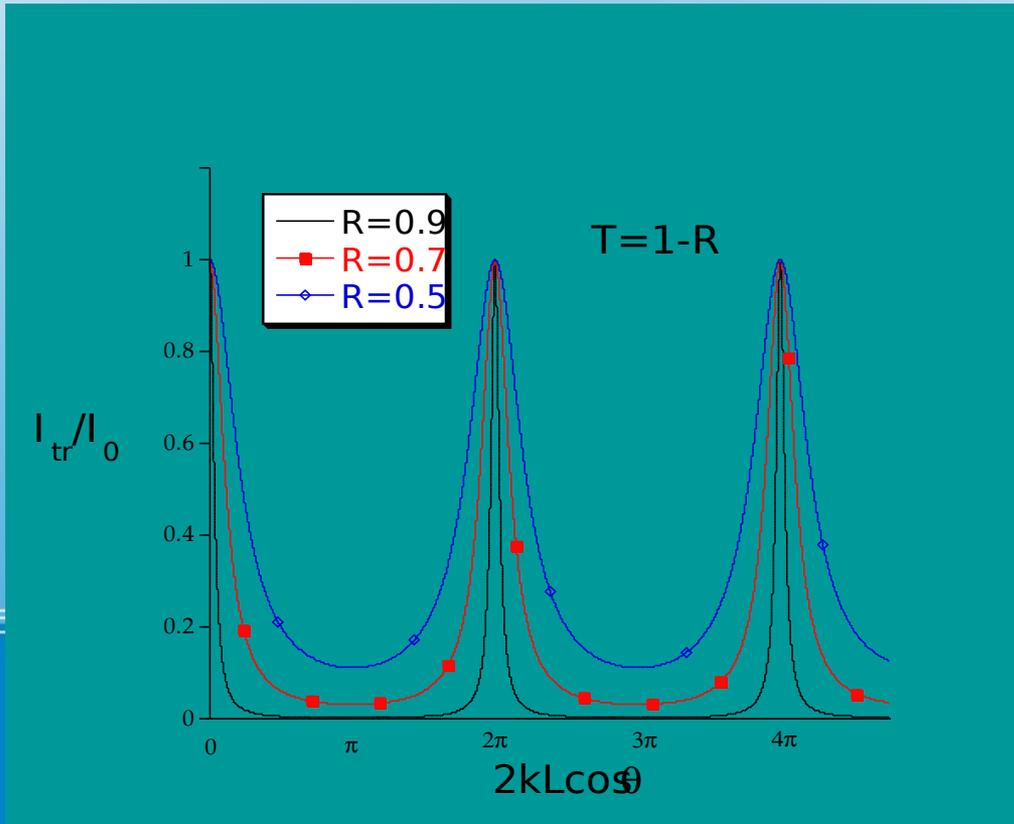
$$I = I_0 \frac{(1-R)^2}{1+R^2-2R \cos \delta}$$

$$E = \sum_0^{\infty} E_n$$



INTERFEROMETRO DI FABRY - PÈROT

$$I_d = \frac{I_0 T^2}{1 - R^2 - 2R \cos(2kL \cos \theta)}$$



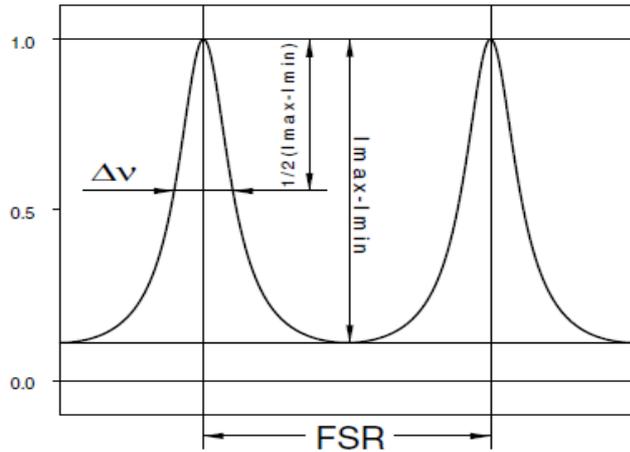
$$L_{\max} = \frac{m\lambda}{2}$$

$$\omega_{\max} = \frac{m\pi}{L}$$

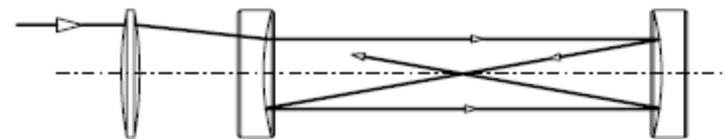
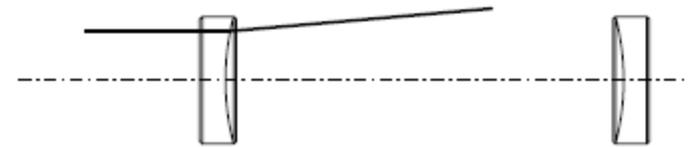
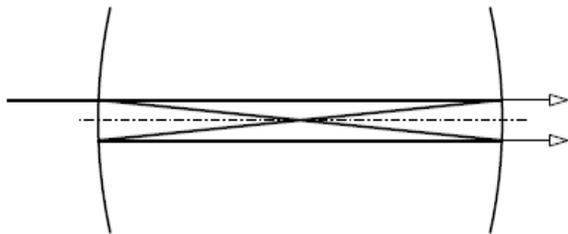
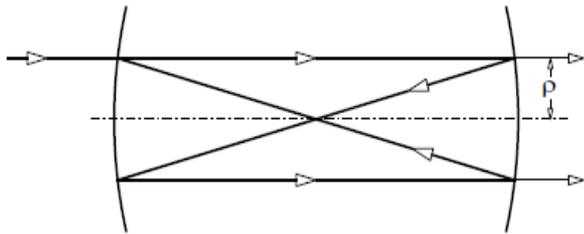
$$\theta_{\max} = \sqrt{\frac{m'\lambda}{L} - 1}$$

INTERFEROMETRO DI FABRY - PÈROT

$$F = \frac{FSR}{\Delta\nu}$$



$$F = \frac{c \cdot \sqrt{R} \cdot 2\pi \cdot d}{2d \cdot c \cdot (1 - R)} = \frac{\pi \sqrt{R}}{1 - R}$$



LO SPIN DELL'ELETTRONE

ESPERIMENTO DI STERN - GERLACH

1913 1916

n			
-----	--	--	--

700 nm 589 nm 400 nm

Effet Zeeman «normal»

H

Portrait of Pieter Zeeman

1913 1916 1925

n	l	m	
-----	-----	-----	--

700 nm 589 nm 400 nm

Niveaux d'énergie

Etat excité avec champ magnétique H fort

Etat fondamental

Effet Zeeman «anormal» ou «anomal»

H ↑

Portrait of Otto Stern

ESPERIMENTO DI STERN - GERLACH

Energia di un momento magnetico in campo esterno (classica)

$$E_{pot} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Da essa può essere derivata una forza

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_{pot} = \vec{\nabla} (\vec{\mu} \cdot \vec{B})$$

presente solo se il campo è disomogeneo. Supponiamo di riuscire a costruirlo in modo che la non uniformità sia limitata a un asse, che chiamiamo z . Allora

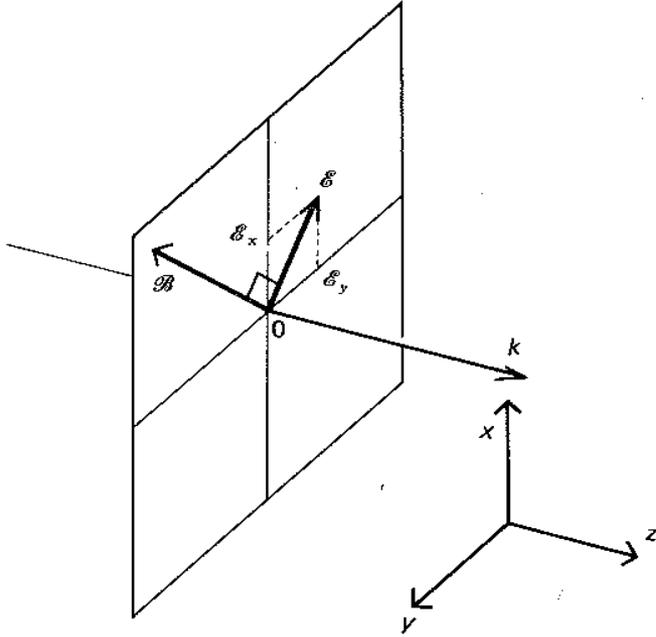
$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_{pot} = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

ESPERIMENTO DI STERN - GERLACH

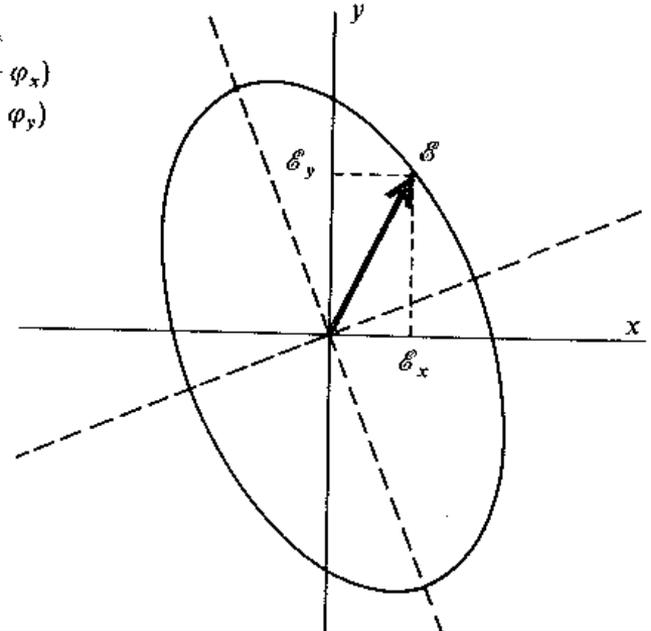
GEDANKEN EXPERIMENT

(STATI QUANTISTICI E PROBABILITÀ DI TRANSIZIONE)

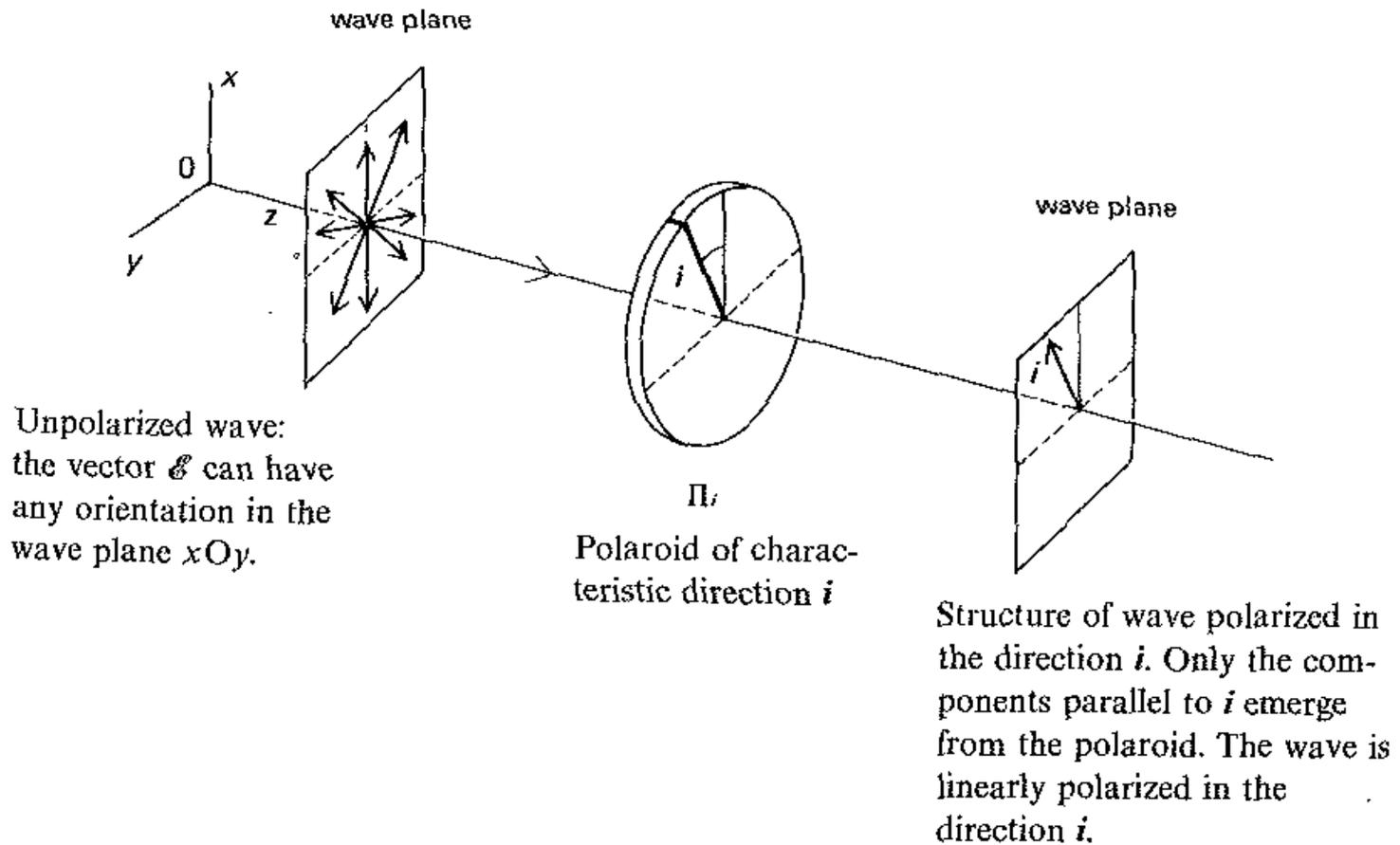
POLARIZZAZIONE (CLASSICA)



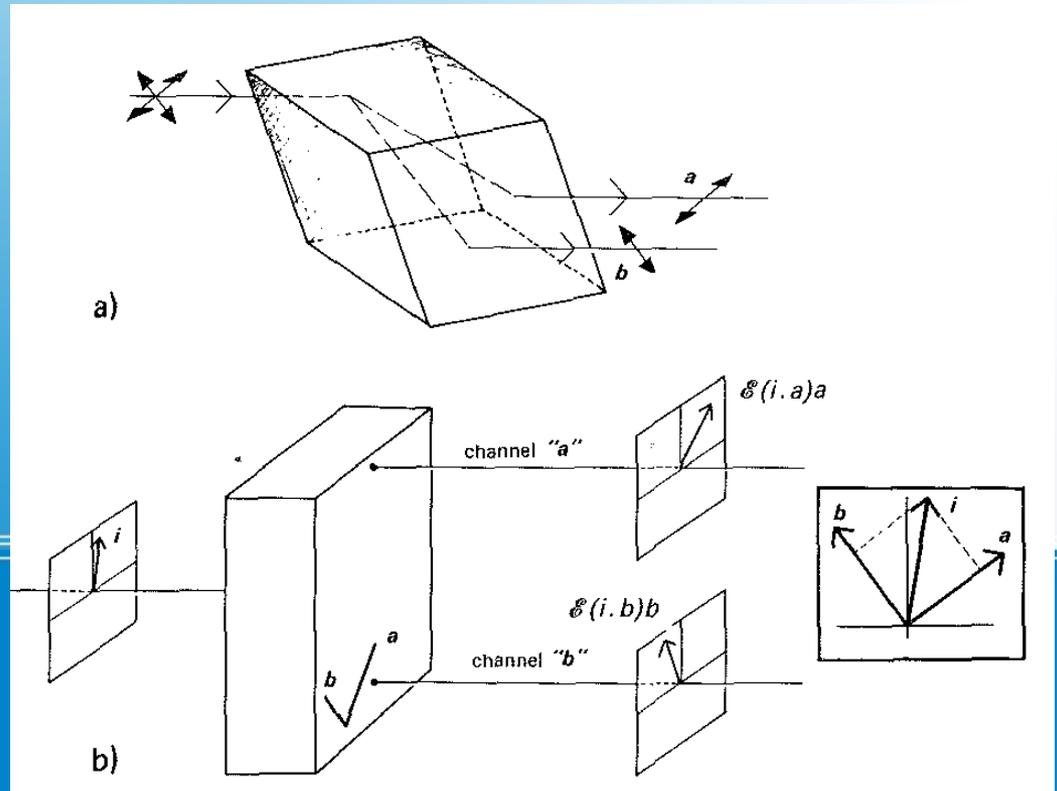
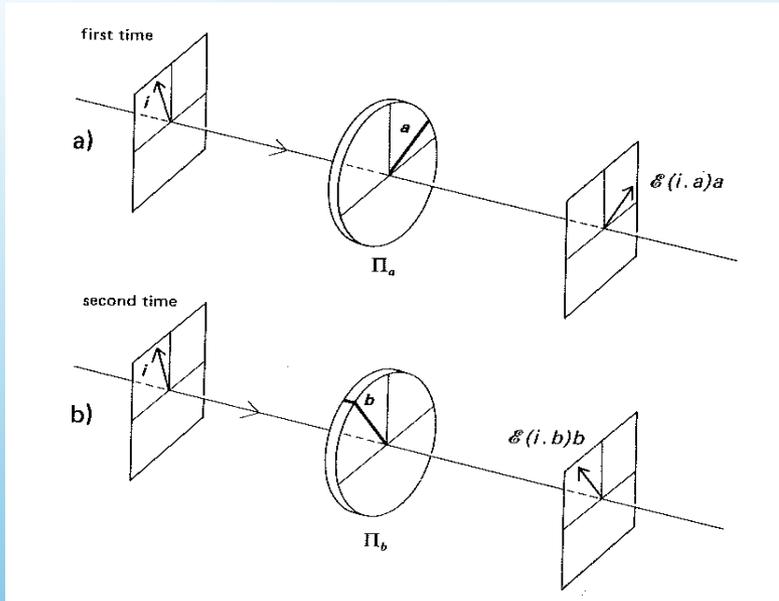
$$E_x = E_{0x} \sin(\omega t - \varphi_x)$$
$$E_y = E_{0y} \sin(\omega t - \varphi_y)$$



POLARIZZAZIONE (CLASSICA)



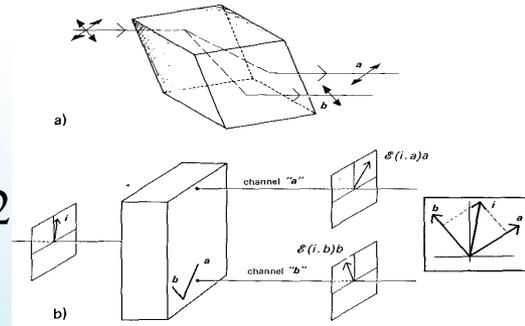
POLARIZZAZIONE (CLASSICA)



POLARIZZAZIONE (QUANTISTICA)

$$I_{MQ} = N \hbar \omega$$

$$I_{cl} = |\vec{E}|^2$$



$$I_{\vec{a}} = N_a \hbar \omega$$

$$I_{\vec{a}} = |E (\vec{i} \cdot \vec{a})|^2 = I (\cos \theta)^2$$

$$I_{\vec{b}} = N_b \hbar \omega$$

$$I_{\vec{b}} = |E (\vec{i} \cdot \vec{b})|^2 = I (\sin \theta)^2$$



$$N_a = N (\cos \theta)^2 \quad N_b = N (\sin \theta)^2 \quad N_a + N_b = N$$

Quale criterio determina la selezione??

I fotoni sono tutti uguali....

POLARIZZAZIONE (QUANTISTICA)

A meno che i fotoni NON siano tutti uguali....

Teoria delle variabili nascoste!

Dal punto di vista classico, è un paradosso, il destino del singolo fotone non può essere predetto!

Anche se riduciamo l'intensità del fascio fino a far passare un fotone alla volta, la proporzione resta inalterata (non ci sono effetti “collettivi”)

Ecco la descrizione in termini di probabilità: il fotone può passare dal canale *a* o dal canale *b*

POLARIZZAZIONE (QUANTISTICA)

Ma di che tipo di probabilità si tratta, è qualcosa di analogo a quel che succede in meccanica statistica?

$$P_{\vec{a}} = \lim_{N \gg 1} \frac{N_a}{N} \quad P_{\vec{b}} = \lim_{N \gg 1} \frac{N_b}{N}$$

$$\lim_{N \gg 1} \frac{N_a}{N} = \lim_{N \gg 1} \frac{N_a \hbar \omega}{N \hbar \omega} = \frac{I_a}{I} = (\cos \theta)^2$$

$$P_{\vec{a}} + P_{\vec{b}} = 1$$

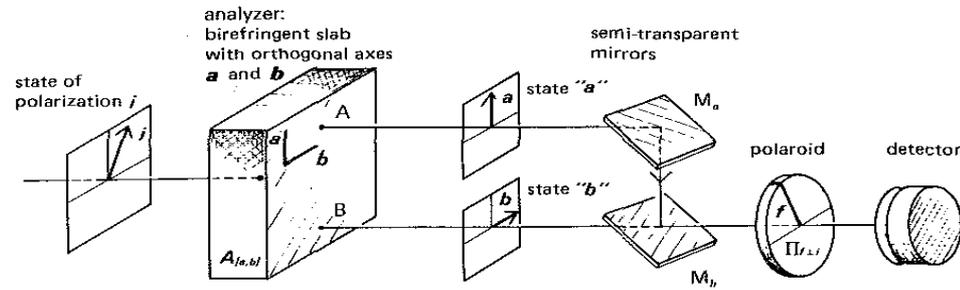
No, è una probabilità di transizione tra due stati del sistema:

$$P(\vec{i} \rightarrow \vec{a}) = (\cos(\vec{a}, \vec{i}))^2 = (\cos \theta)^2$$

$$P(\vec{i} \rightarrow \vec{b}) = (\cos(\vec{b}, \vec{i}))^2 = (\sin \theta)^2$$

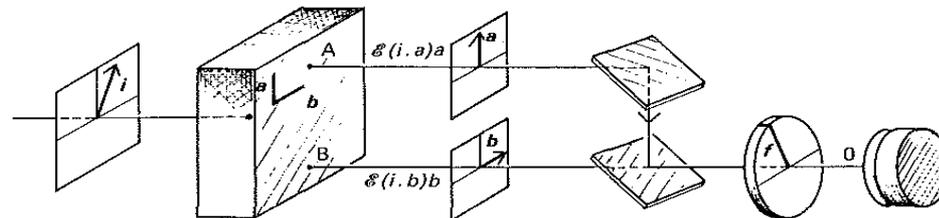
POLARIZZAZIONE (CONFRONTO)

(a) Experimental set-up

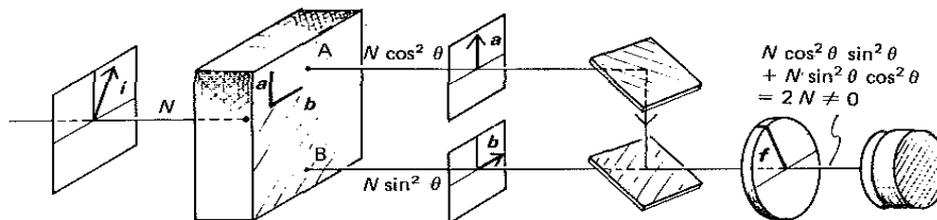


(b) Reasoning based upon the wave concept (electric field of the electromagnetic wave)

$$\mathcal{E}(i, a)(a, f) + \mathcal{E}(i, b)(b, f) = \mathcal{E} \cos \theta \sin \theta f - \mathcal{E} \sin \theta \cos \theta f = 0$$



(c) Classical probabilistic reasoning (number of photons in the beam)



POLARIZZAZIONE (QUANTISTICA)

Associamo a ogni fotone del fascio incidente un'ampiezza quantistica di passare da uno stato iniziale a uno finale attraverso il canale a , e altrettanto per il canale b .

$$A_{\vec{a}}(\vec{i} \rightarrow \vec{f}) \quad A_{\vec{b}}(\vec{i} \rightarrow \vec{f})$$

Se entrambi i canali sono aperti, l'ampiezza corrispondente alla transizione è

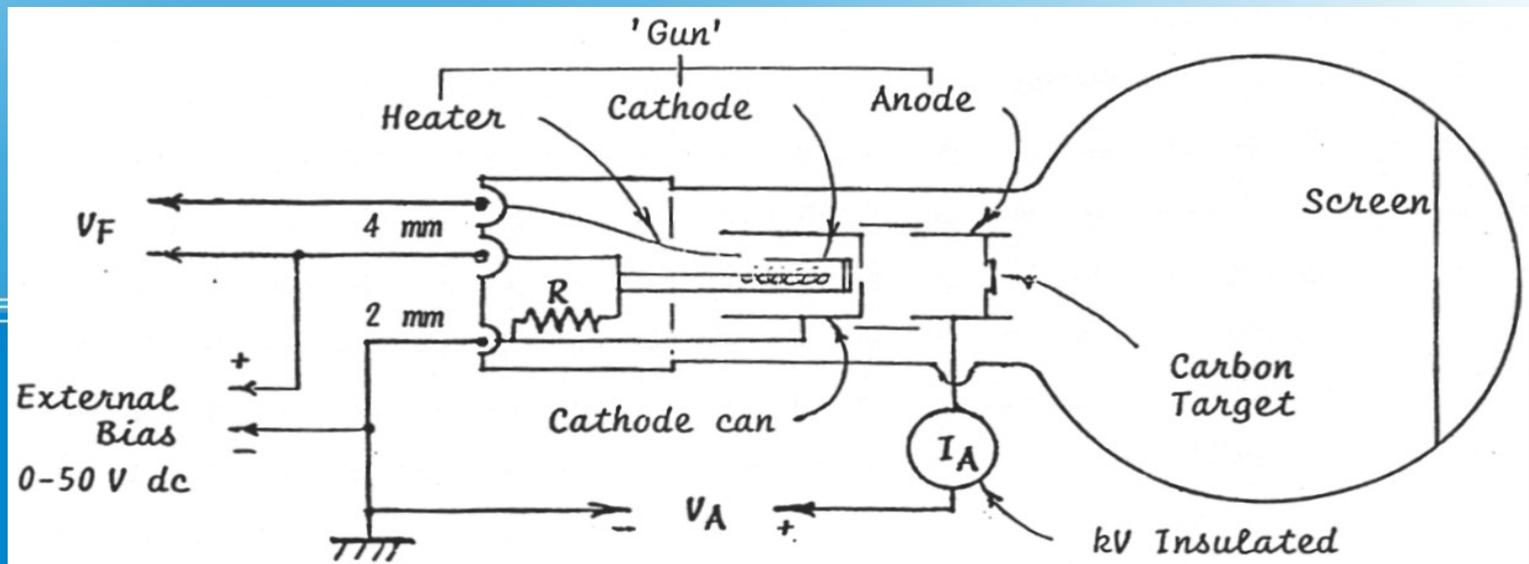
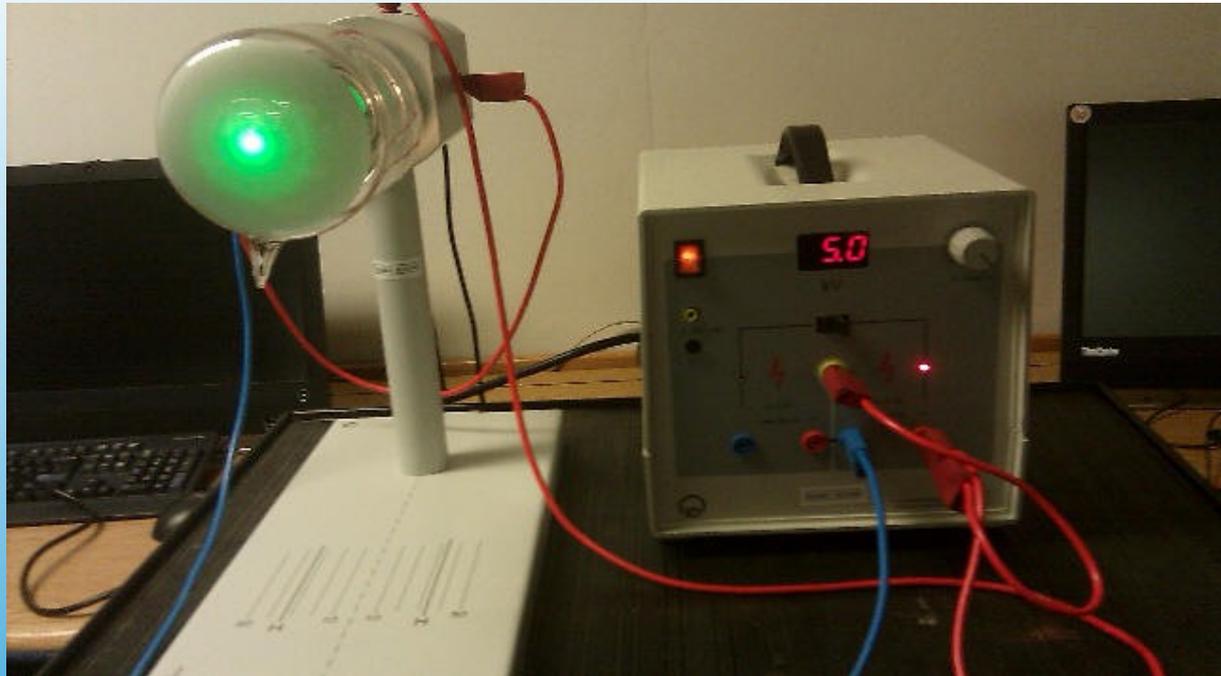
$$A(\vec{i} \rightarrow \vec{f}) = A_{\vec{a}}(\vec{i} \rightarrow \vec{f}) + A_{\vec{b}}(\vec{i} \rightarrow \vec{f})$$

e. per calcolare la probabilità di transizione, si deve fare il modulo quadro della somma:

$$P(\vec{i} \rightarrow \vec{f}) = |A_{\vec{a}}(\vec{i} \rightarrow \vec{f}) + A_{\vec{b}}(\vec{i} \rightarrow \vec{f})|^2$$

**ONDE DI MATERIA
(E PARADOSSI QUANTISTICI)**

ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER



ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

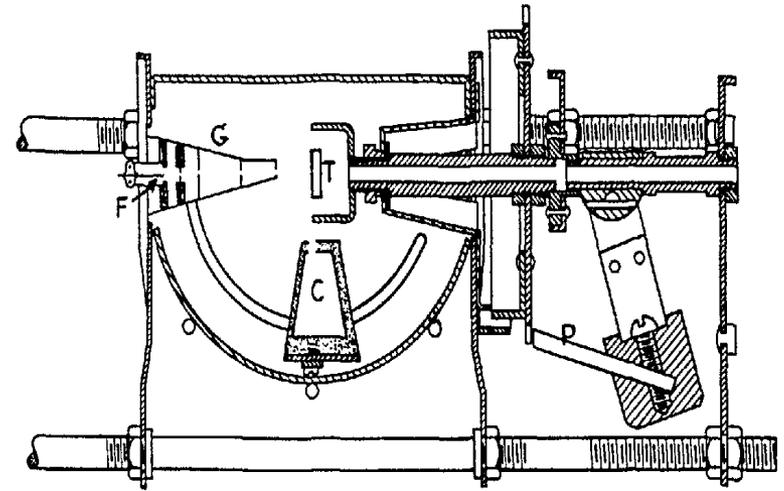
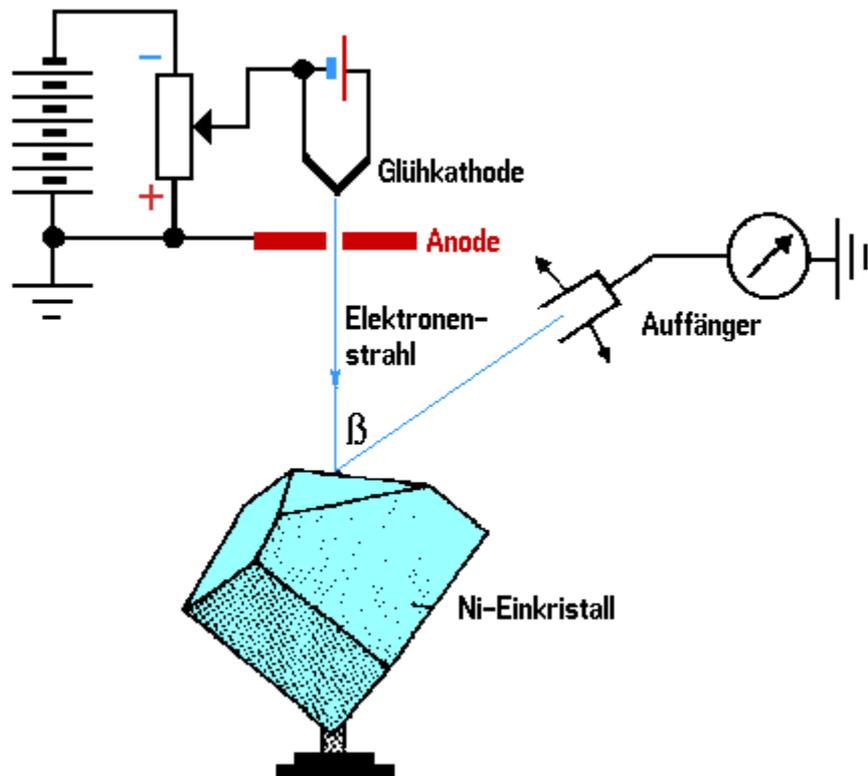
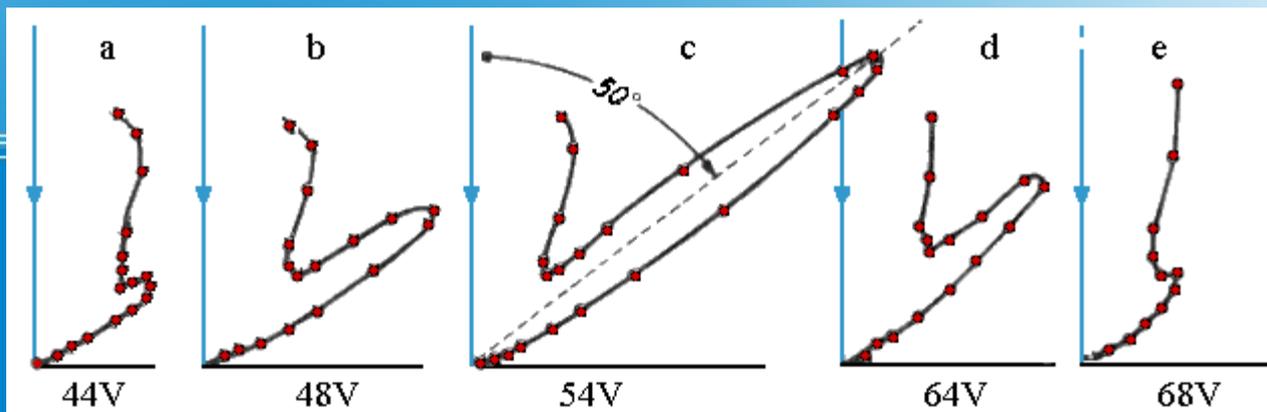


Fig. 2. Cross-sectional view of the experimental apparatus—glass bulb not shown.



ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

Consideriamo degli elettroni che vengono sparati su uno schermo forato da 2 fenditure. Tenendone aperta una sola, sullo schermo di osservazione si formano figure che non si sommano banalmente quando apriamo le due fenditure simultaneamente, come se l'elettrone potesse essere descritto come un'onda che diffrange quando attraversa le due fenditure aperte e una particella quando incontra la lastra.

INTERPRETAZIONE DELLA
SCUOLA DI COPENHAGEN

ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

L'esperimento di Davisson e Germer ci insegna che gli elettroni che, ad uno ad uno, attraversano la fenditura nello schermo, contribuiscono a produrre sulla lastra una figura di diffrazione simile a quella di un'onda elettromagnetica che attraversa una fenditura; tuttavia, non è corretto pensare ad un elettrone (o ad un qualunque altro sistema quantistico) come ad un'onda, perché il singolo elettrone, incidendo sulla lastra dell'esperimento di Davisson e Germer, non produce una figura di diffrazione completa (ancorché flebile), ma solo un puntino annerito ben definito; non è nemmeno corretto pensare alla funzione d'onda del sistema quantistico come ad una quantità che esprime le proprietà ondulatorie *collettive* ad esempio di tutti gli elettroni che, col tempo, incidono sulla lastra, perché sappiamo che l'esperimento di Davisson e Germer produce gli stessi risultati anche quando gli elettroni sono inviati attraverso la fenditura e contro la lastra uno per volta, senza che abbiano la possibilità di interagire (e quindi di interferire) l'uno con l'altro; le proprietà ondulatorie della materia che emergono dall'esperimento di Davisson e Germer sono pertanto da attribuire alla singola particella quantistica (un elettrone, in questo caso), e non a fenomeni di tipo statistico derivanti dall'aver un gran numero di particelle interagenti tra di loro. La funzione d'onda non è quindi un'onda di materia, perché il singolo elettrone, raggiungendo la lastra, la annerisce in un punto ben definito (è una *particella*), ma deve essere un'onda di probabilità affinché sia preservata la natura intrinsecamente probabilistica del fenomeno a causa del quale l'elettrone che attraversa la fenditura viene da essa diffratto così che, raggiunto lo schermo, interagirà con esso in un punto appartenente alla figura di diffrazione della fenditura.

ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

La funzione d'onda che è soluzione di questa equazione di Schrödinger, calcolato il suo modulo quadro, descriverà, istante per istante, la probabilità di trovare l'elettrone in un punto dello spazio piuttosto che in un altro. E qui c'è subito un primo, formidabile scoglio concettuale: se immagino che il mio elettrone sia stato emesso da un'opportuna sorgente (che sarà in un punto ben definito dello spazio), e che esso stia viaggiando verso la fenditura, che bisogno ho di invocare una descrizione probabilistica del suo moto? Se l'elettrone fosse un proiettile (una biglia, un sassolino, un treno), le equazioni della dinamica (della cinematica, addirittura) ci permetterebbero di conoscere con precisione assoluta, istante per istante, la sua posizione e la sua velocità; ma un proiettile, una biglia, un sassolino, un treno, passando attraverso una fenditura non producono figure di diffrazione; quindi evidentemente c'è qualche cosa che non va nel trasportare le leggi della dinamica classica ai sistemi quantistici. Una volta che l'elettrone è stato emesso ed è in viaggio verso la lastra con la fenditura, l'equazione di Schrödinger non mi permette di sapere *esattamente dove si trova l'elettrone* ad ogni istante di tempo; mi permette invece di sapere esattamente (quindi deterministicamente, non c'è casualità in tutto questo) *con quale probabilità troverò l'elettrone in ogni punto dello spazio*, ad ogni istante di tempo. Ovvero:

- la sorgente emette l'elettrone;
- esso viaggia verso la lastra con la fenditura; non posso sapere esattamente dov'è, ma posso calcolare ad ogni istante, grazie all'equazione di Schrödinger che mi dà la funzione d'onda, la probabilità di trovarlo in un punto piuttosto che in un altro.

È come dire: non so con esattezza dov'è l'elettrone, ma *se facessi una misura della sua posizione*, avrei una certa probabilità di trovarlo qui piuttosto che là. Ripeto: *se facessi una misura della sua posizione*. Vediamo tra poco che cosa vuol dire. Il punto è che, per adesso, la misura della sua posizione non la faccio, lascio che l'elettrone prosegua indisturbato il suo viaggio verso lo schermo con la fenditura.

ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

Ora l'elettrone raggiunge lo schermo. Che cosa succede? Non sappiamo dov'è l'elettrone, sappiamo solo con quale probabilità esso si può trovare in un punto piuttosto che in un altro. Dobbiamo così tenere in considerazione tutte le possibilità:

- l'elettrone, *se misurassi la sua posizione*, potrebbe trovarsi in un punto dello schermo in cui non c'è la fenditura; il suo moto si arresterebbe lì;
- l'elettrone, *se misurassi la sua posizione*, potrebbe trovarsi in un punto dello schermo in cui c'è il bordo della fenditura, e allora urterebbe con esso, attraverserebbe lo schermo dirigendosi verso la lastra fotografica, ma il suo moto sarebbe deviato (per via dell'urto col bordo della fenditura) rispetto al moto che aveva precedentemente;
- l'elettrone, *se misurassi la sua posizione*, potrebbe trovarsi in un punto dello schermo in cui attraversa senza interazioni o urti la fenditura, dirigendosi indisturbato verso la lastra fotografica.

ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

Non sappiamo dov'è l'elettrone, perché *non ne abbiamo misurato la posizione*, quindi che cosa succede? Succede che accadono tutte e tre queste cose assieme: dire che *non abbiamo misurato la posizione dell'elettrone* vuol dire che fino ad ora il suo *stato* è completamente descritto dalla sua funzione d'onda, che ci dice con quale probabilità possiamo trovarlo in un punto dello spazio piuttosto che in un altro; questa conoscenza di tipo probabilistico non vuol dire che l'elettrone si trova in un punto ben preciso dello spazio ma noi, per qualche ragione dovuta alla nostra ignoranza o alla limitatezza dei nostri metodi sperimentali, non sappiamo dov'è; vuole invece dire che l'elettrone *non è in un punto ben preciso dello spazio*, è piuttosto *delocalizzato* nello spazio, in tutti i punti di esso in cui c'è una probabilità (modulo quadro della funzione d'onda) maggiore di zero di trovarlo *se facessimo una misura della sua posizione*. L'elettrone che giunge sullo schermo non arriva là dove lo schermo è impenetrabile, non urta contro il bordo della fenditura e non passa indisturbato attraverso essa; le dimensioni della fenditura sono così piccole (ricordi? Parlando dell'esperimento di Davisson e Germer dicevamo che si ha diffrazione quando la fenditura ha dimensioni confrontabili con la *lunghezza d'onda*) che la funzione d'onda dell'elettrone ha modulo quadro diverso da zero su un volume più grande rispetto a quello occupato dalla fenditura; la funzione d'onda rappresenta un'onda (anche se di probabilità e non di materia) e pertanto viene diffratta dalla fenditura; non ha senso chiedersi se l'elettrone ha interagito o no con lo schermo o col bordo della fenditura, perché l'elettrone non si trova in nessun punto particolare dello spazio, esso è descritto dalla sua funzione d'onda, che viene diffratta dalla fenditura; tale meccanismo di diffrazione è come se tenesse in conto tutte le eventualità possibili, ognuna con la sua probabilità, riguardanti le infinite posizioni diverse in cui potrebbe trovarsi l'elettrone se esso occupasse veramente un punto ben definito dello spazio.

ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

Ma quand'è che facciamo questa benedetta misura della posizione dell'elettrone? Nel momento in cui esso raggiunge la lastra fotografica. Bisogna infatti considerare il concetto di *misura* in senso lato, come un qualunque procedimento atto a rivelare ad esempio la posizione (ma anche altre proprietà, naturalmente) del sistema quantistico in oggetto (l'elettrone, nel nostro caso). La lastra fotografica effettua una misura della posizione dell'elettrone perché essa rivela, tramite il suo annerimento, il punto in cui esso interagisce con l'emulsione fotografica. È bene anche qui ricordare che l'elettrone colpisce la lastra in un punto ben definito, ma che tale punto non è noto *a priori* nemmeno da un essere supremo infinitamente intelligente e senziente: abbiamo visto che la descrizione probabilistica che diamo del sistema quantistico non nasce da una nostra ignoranza del dettaglio di ciò che lo governa, ma è una sua caratteristica intrinseca; fin tanto che è in viaggio verso la lastra, la posizione dell'elettrone *non è nota*, semplicemente perché esso *non ha una posizione*; tutto ciò che ha è una funzione d'onda che indica *la probabilità di trovarlo in un certo punto ad un certo istante se facessimo una misura*. Nel momento in cui la facciamo mediante la lastra fotografica, troveremo l'elettrone *in un punto a caso della lastra stessa*, ma scelto con una probabilità perfettamente determinata dalla sua funzione d'onda; tale probabilità è data al modulo quadro della funzione d'onda, e in virtù del fenomeno di diffrazione sperimentato con la fenditura assume il profilo responsabile della figura di diffrazione osservata nell'esperimento di Davisson e Germer.

ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

Quando l'elettrone giunge sulla lastra fotografica, che effettua su di esso una misura di una sua proprietà (la sua posizione, in questo caso), si dice che la sua funzione d'onda *collassa in un punto*, perché la proprietà che è stata misurata assume, nell'istante in cui si effettua la misura, un valore ben definito tra i valori possibili (finiti o infiniti a seconda dei casi) che aveva prima che la misura venisse effettuata. Vorrei ancora sottolineare, per l'ennesima volta, che qualunque sia la proprietà che la funzione d'onda descrive (ad esempio la posizione dell'elettrone), tale proprietà *non ha un valore definito* fin tanto che essa *non viene misurata*; piuttosto, ci sarà un insieme (finito o infinito) di valori possibili per essa, e il sistema fisico è *come se avesse*, per tale proprietà, ad ogni istante di tempo, tutti i valori possibili per essa, ognuno con la sua probabilità; come tale probabilità evolva nel tempo è descritto in maniera perfettamente deterministica dall'equazione di Schrödinger; ed è solo con un processo di misura che finalmente la proprietà misurata assume un valore ben definito, all'interno di quelli possibili, con una probabilità data dal modulo quadro della funzione d'onda.

ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

Concludo esemplificando quanto detto sopra con un esempio sconvolgente perché tratto da quella che potrebbe essere un'esperienza quotidiana, che naturalmente è governata da leggi ben diverse da quelle della Meccanica Quantistica, e che intenzionalmente sconcerta proprio per mettere maggiormente in evidenza la peculiarità dei fenomeni microscopici. Immaginiamo che io abbia due fogli di carta, uno bianco e uno nero. Ne prendo uno a caso, lo metto in una busta e te lo spedisco. Quando tu lo ricevi, *prima di aprire la busta*, già sai che avrai il 50% di probabilità di trovare un foglio bianco e il 50% di trovarne uno nero, perché sai le seguenti cose:

- in origine c'erano due fogli, uno bianco e uno nero;
- ne ho messo uno a caso nella busta;
- il foglio che ho messo nella busta è lo stesso che troverai quando aprirai la busta.

ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

In un mondo governato dalle leggi della Meccanica Quantistica questo esperimento sarebbe stato molto diverso: io avrei avuto per le mani *un solo* foglio di carta, *avente il 50% di probabilità di essere bianco e il 50% di essere nero*. Tale probabilità non nasce dal fatto che *non so il colore del foglio*, ma dal fatto che il foglio *non ha un colore finché qualcuno non lo misura*; diciamo che, potendo essere sia bianco che nero (con probabilità uguale), la funzione d'onda del foglio è una *sovrapposizione* dei due stati *bianco* e *nero*. Metto il foglio nella busta e te lo mando. Quando tu lo ricevi, *prima di aprire la busta*, già sai che avrai il 50% di probabilità di trovarlo bianco e il 50% di trovarlo nero, perché sai le seguenti cose:

- gli *stati* di foglio *bianco* e foglio *nero* sono equiprobabili nella funzione d'onda del foglio;
- quando aprirai la busta e osserverai il colore del foglio (operazione di *misura*), la funzione d'onda del foglio *collasserà* in uno dei due stati (*bianco* o *nero*), ognuno con la sua probabilità (che in questo esempio è la stessa per entrambi);
- nessuno di noi ha modo di sapere il colore del foglio *prima di misurarlo* perché il foglio *non ha un colore definito* finché esso non viene misurato.

ESPERIMENTO DI DAVISSON - GERMER

In un mondo governato dalle leggi della Meccanica Quantistica questo esperimento sarebbe stato molto diverso: io avrei avuto per le mani *un solo* foglio di carta, *avente il 50% di probabilità di essere bianco e il 50% di essere nero*. Tale probabilità non nasce dal fatto che *non so il colore del foglio*, ma dal fatto che il foglio *non ha un colore finché qualcuno non lo misura*; diciamo che, potendo essere sia bianco che nero (con probabilità uguale), la funzione d'onda del foglio è una *sovrapposizione* dei due stati *bianco* e *nero*. Metto il foglio nella busta e te lo mando. Quando tu lo ricevi, *prima di aprire la busta*, già sai che avrai il 50% di probabilità di trovarlo bianco e il 50% di trovarlo nero, perché sai le seguenti cose:

- gli *stati* di foglio *bianco* e foglio *nero* sono equiprobabili nella funzione d'onda del foglio;
- quando aprirai la busta e osserverai il colore del foglio (operazione di *misura*), la funzione d'onda del foglio *collasserà* in uno dei due stati (*bianco* o *nero*), ognuno con la sua probabilità (che in questo esempio è la stessa per entrambi);
- nessuno di noi ha modo di sapere il colore del foglio *prima di misurarlo* perché il foglio *non ha un colore definito* finché esso non viene misurato.