

Osservazioni sull'insegnamento della Geometria  
tra Scuola Superiore e Università  
Mathesis  
*Firenze, 16 Gennaio 2013*

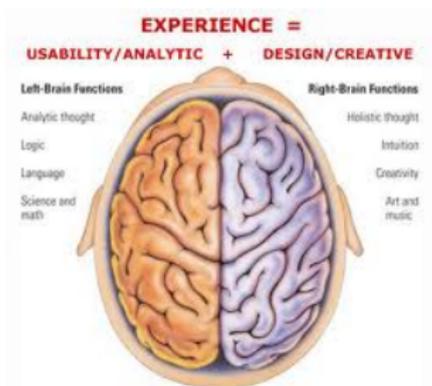
Giorgio Ottaviani

Università di Firenze

16 Gennaio, 2013

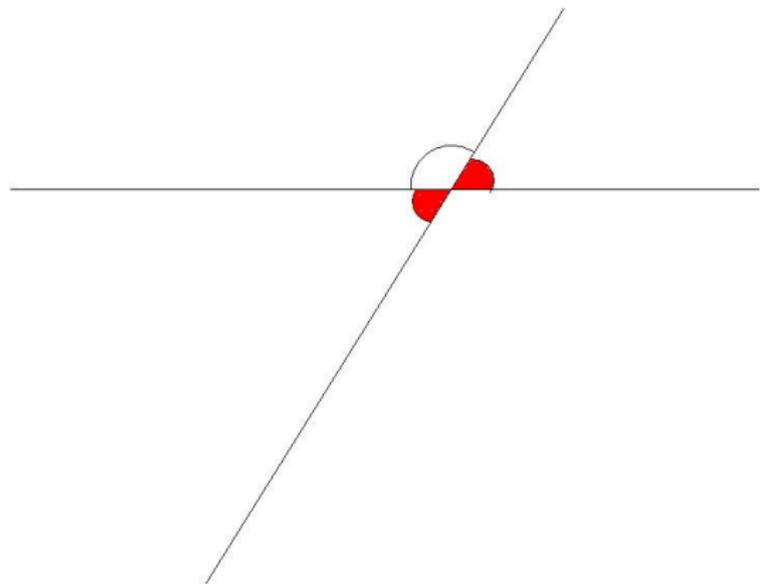
# Emisferi destro e sinistro del cervello

- ragionamento algebrico-analitico/geometrico-spaziale
- pensiero analitico/sintetico

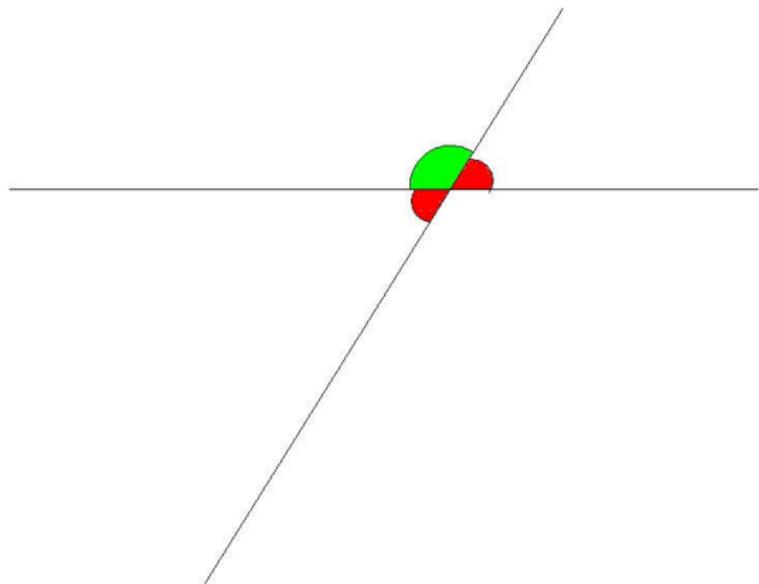


- Angoli opposti al vertice
- Rette parallele tagliate da una trasversale
- La somma degli angoli di un triangolo
- Il teorema di Pitagora
- Il teorema di Talete
- Circonferenze inscritte e circoscritte, il teorema di Poncelet
- Invarianti di due coniche
- Quartiche di Lüroth

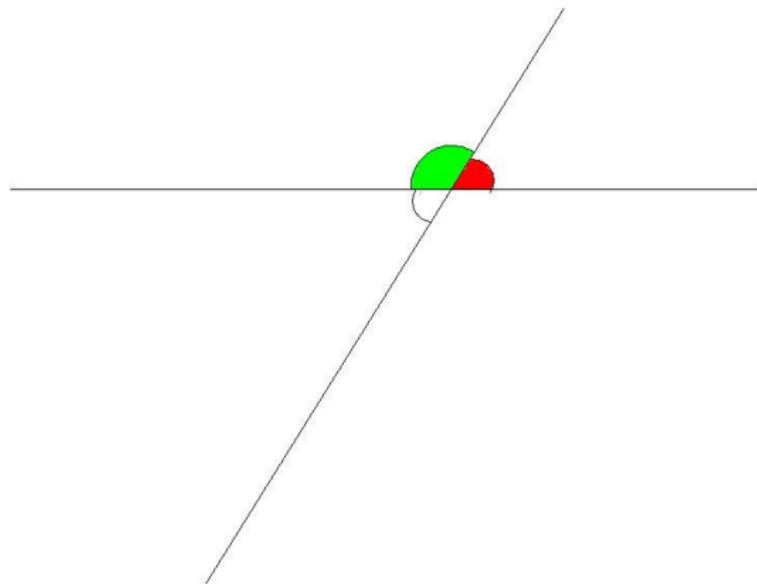
# Angoli opposti al vertice



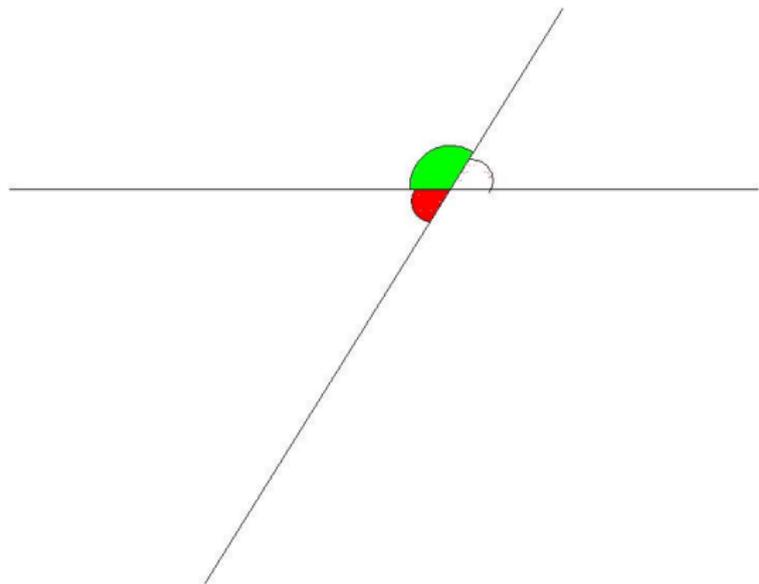
# Angoli opposti al vertice



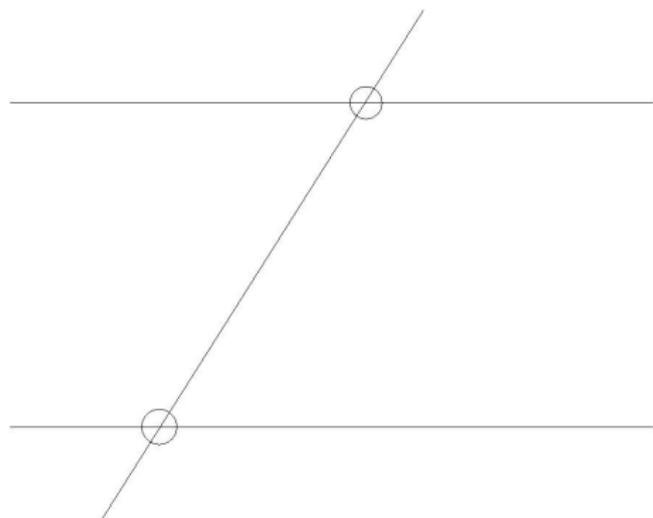
# Angoli opposti al vertice



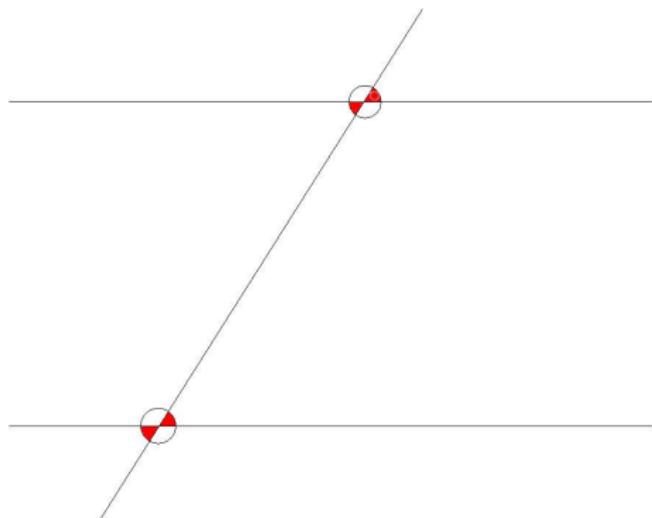
# Angoli opposti al vertice



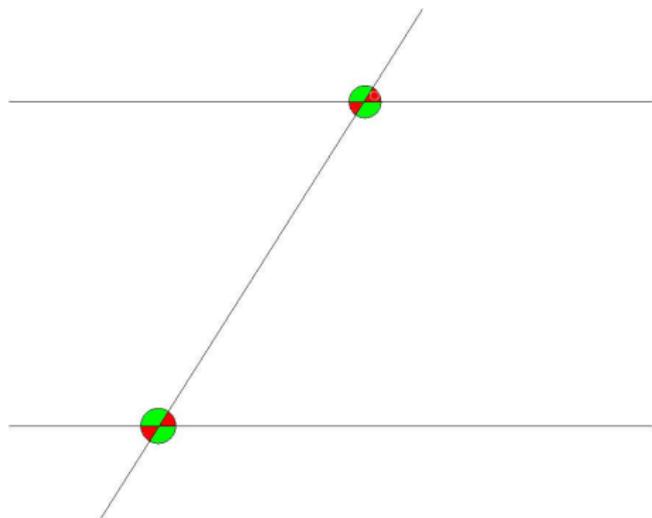
# Rette parallele tagliate da una trasversale



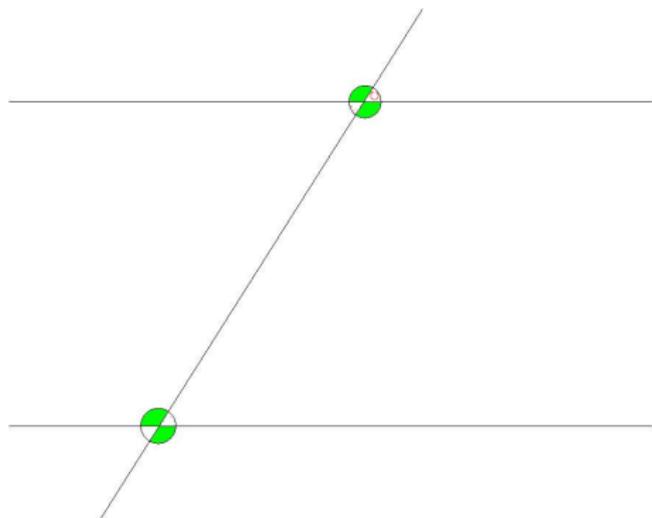
# Rette parallele tagliate da una trasversale



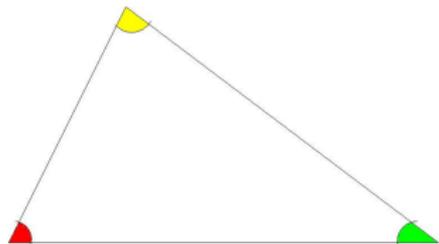
# Rette parallele tagliate da una trasversale



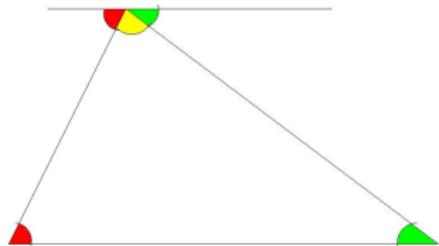
# Rette parallele tagliate da una trasversale



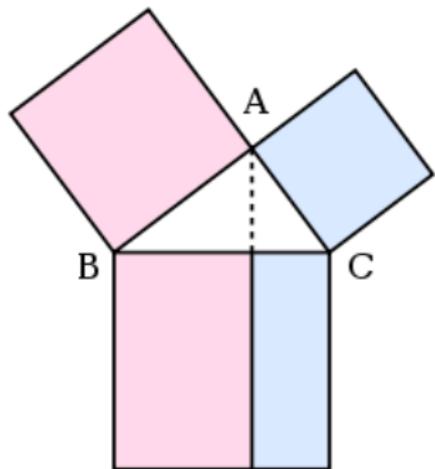
# La somma degli angoli interni di un triangolo



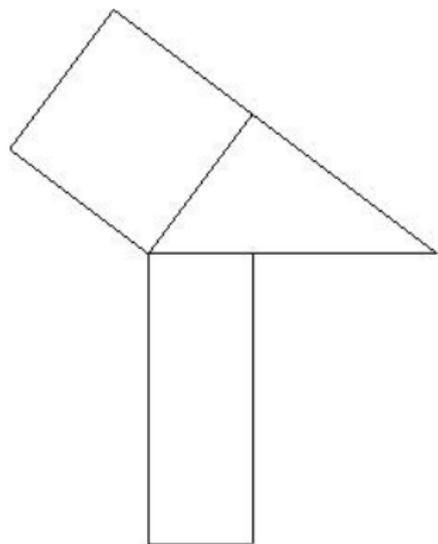
# La somma degli angoli interni di un triangolo



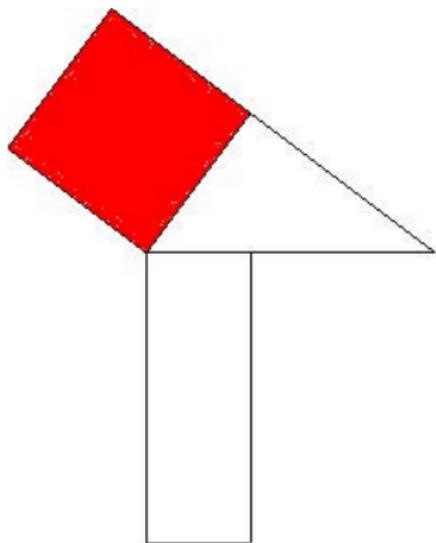
# Il Teorema di Pitagora



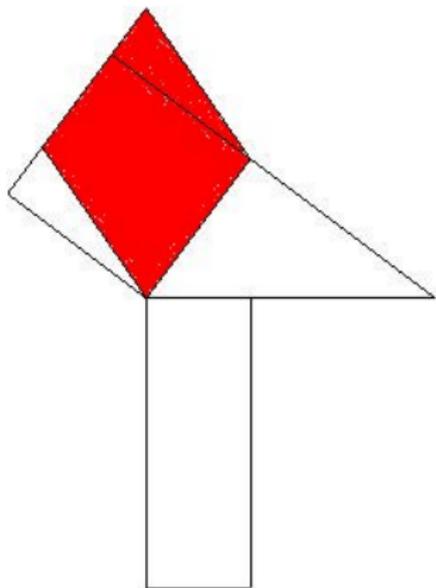
# Il Teorema di Pitagora



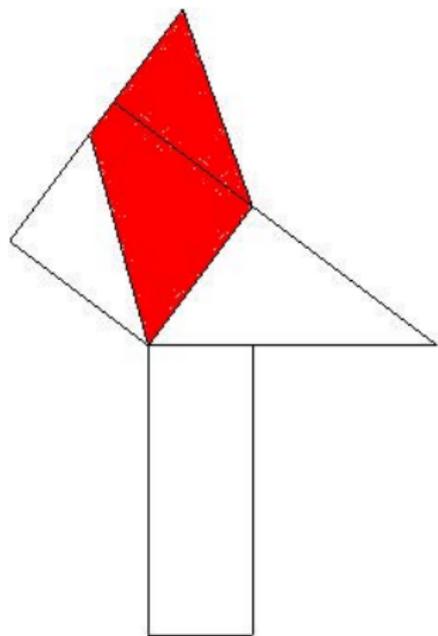
# Il Teorema di Pitagora



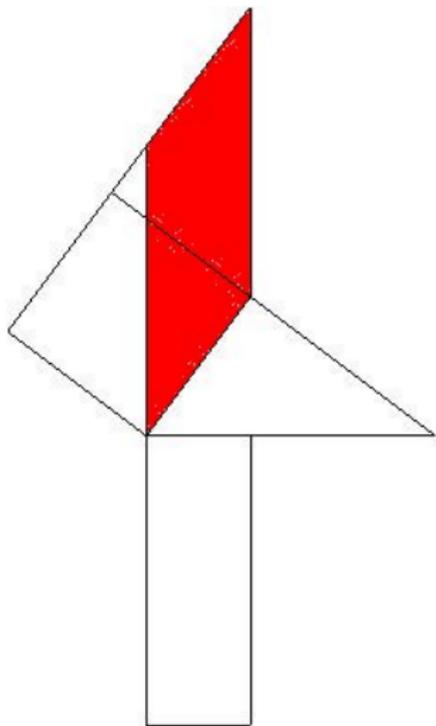
# Il Teorema di Pitagora



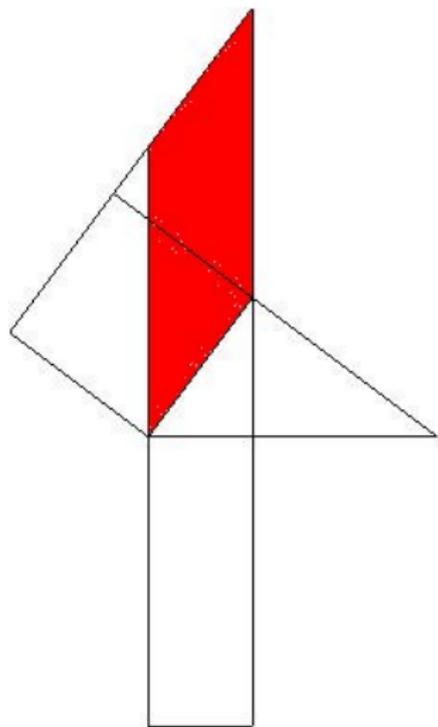
# Il Teorema di Pitagora



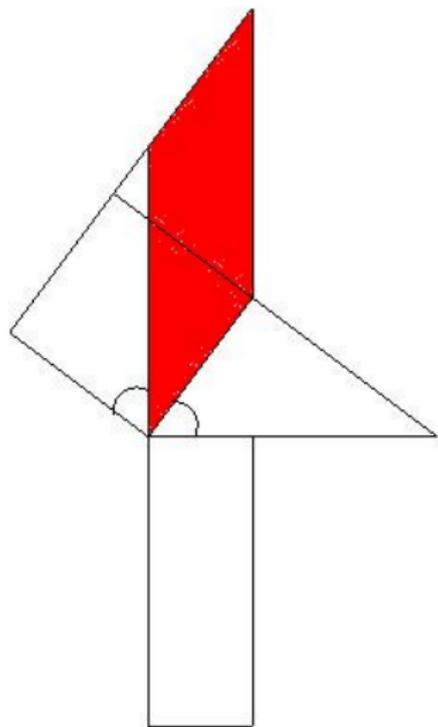
# Il Teorema di Pitagora



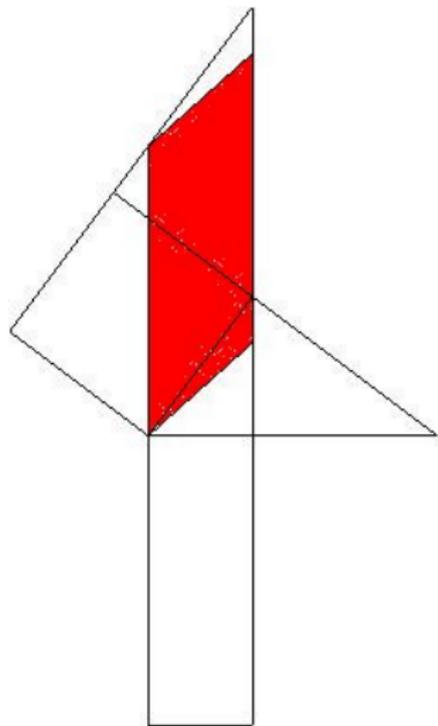
# Il Teorema di Pitagora



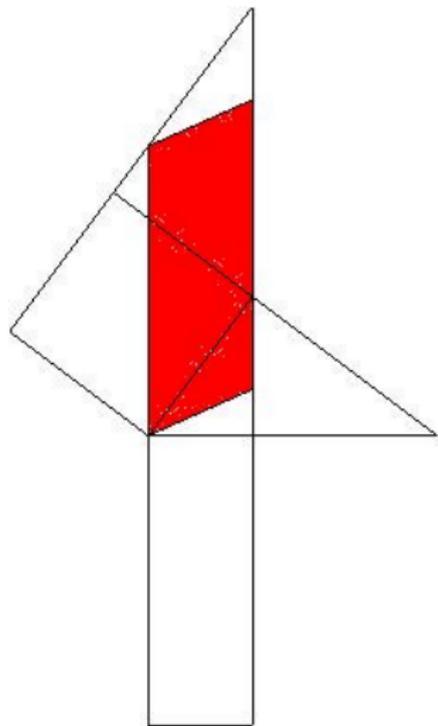
# Il Teorema di Pitagora



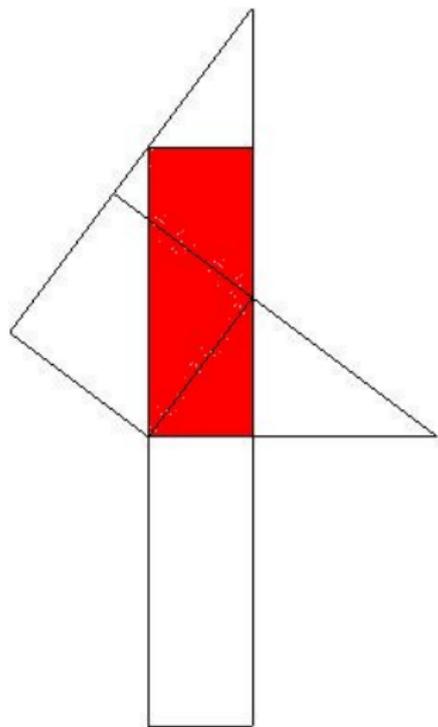
# Il Teorema di Pitagora

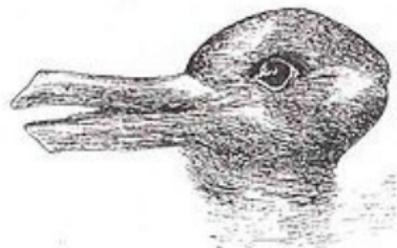


# Il Teorema di Pitagora



# Il Teorema di Pitagora





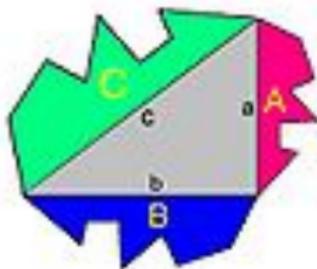
E' un'oca o un coniglio ?



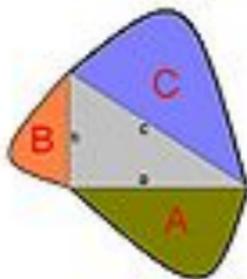
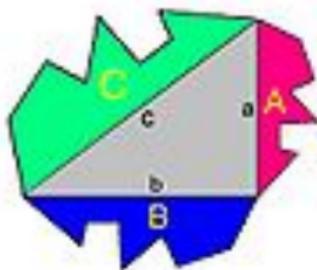
riconosce un cuore

Stampata su carta si

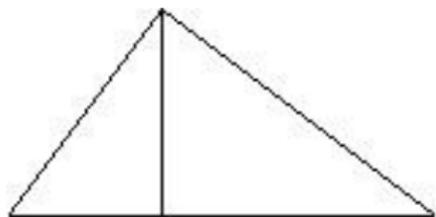
# Generalizzazioni del Teorema di Pitagora



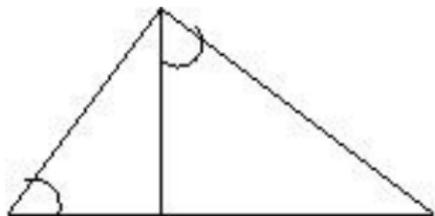
# Generalizzazioni del Teorema di Pitagora



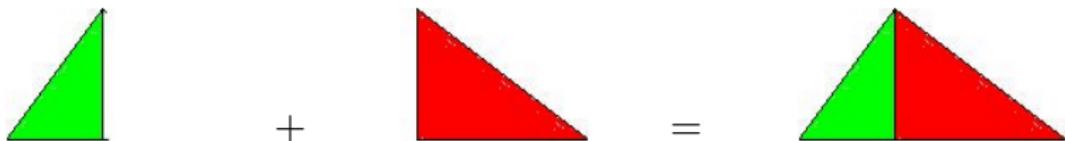
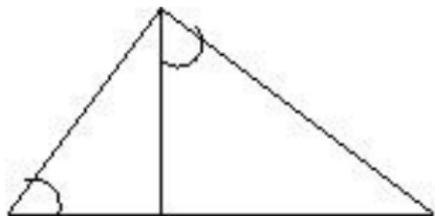
# Dimostrazione *rapida* del teorema di Pitagora



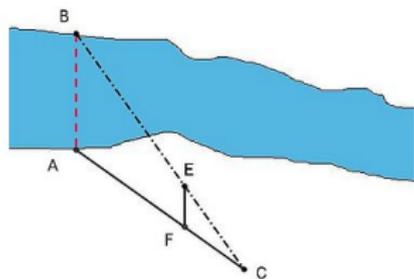
# Dimostrazione *rapida* del teorema di Pitagora



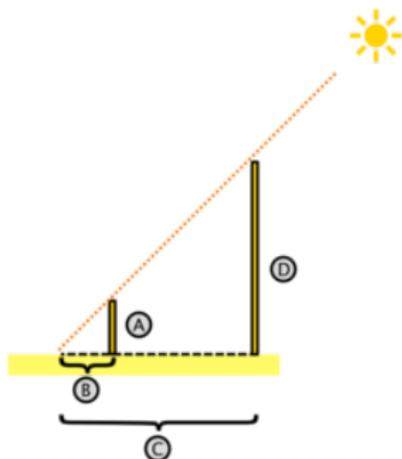
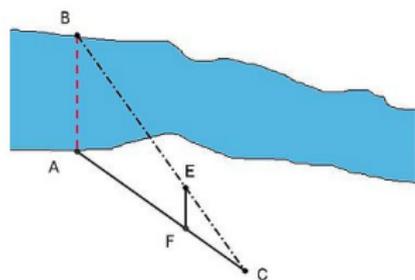
# Dimostrazione *rapida* del teorema di Pitagora



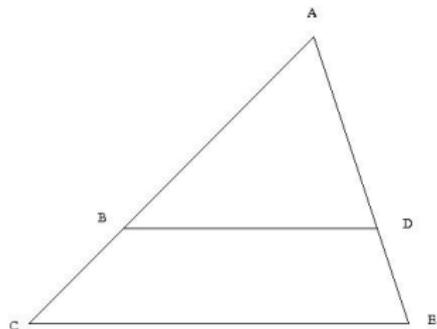
# Applicazioni del Teorema di Talete



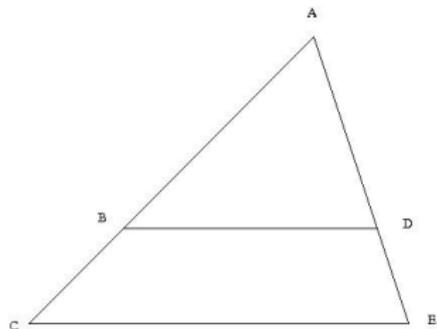
# Applicazioni del Teorema di Talete

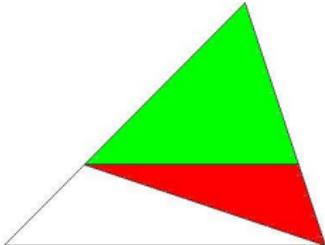


# Dimostrazione del Teorema di Talete



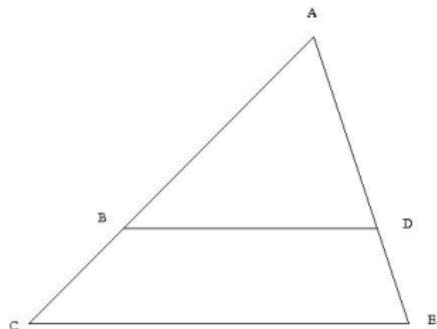
# Dimostrazione del Teorema di Talete

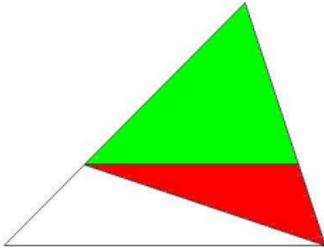


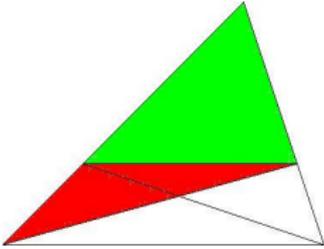
$$\frac{AD}{DE} = \frac{\text{area}(ADB)}{\text{area}(DEB)}$$


A diagram of a triangle with a horizontal line segment DE. The upper triangle ADB is shaded green and the lower triangle DEB is shaded red.

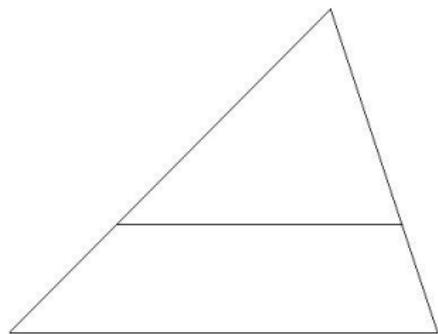
# Dimostrazione del Teorema di Talete



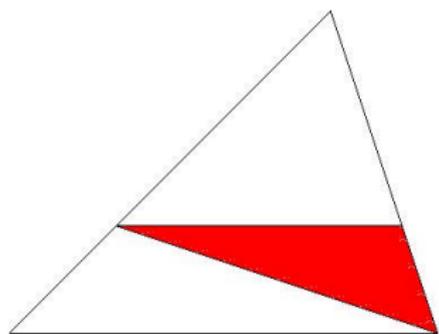
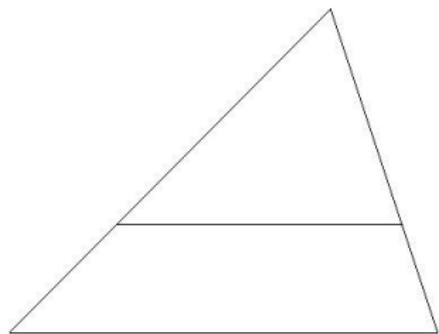
$$\frac{AD}{DE} = \frac{\text{area}(ADB)}{\text{area}(DEB)} =$$


$$= \frac{\text{area}(ADB)}{\text{area}(BDC)} = \frac{AB}{BC}$$


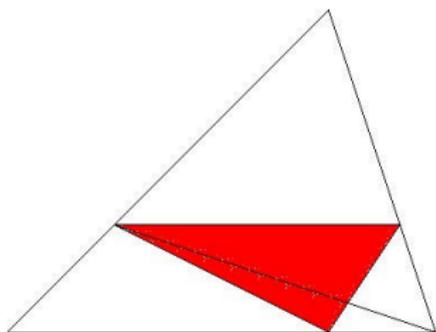
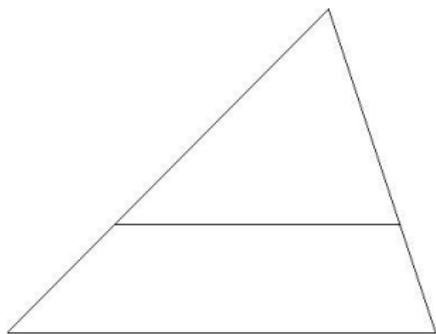
# Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



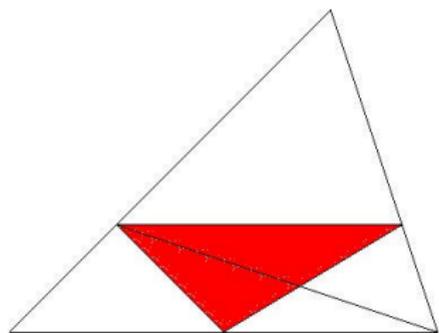
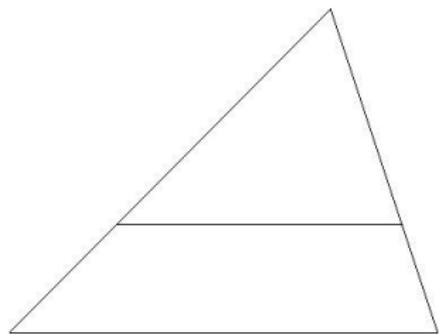
# Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



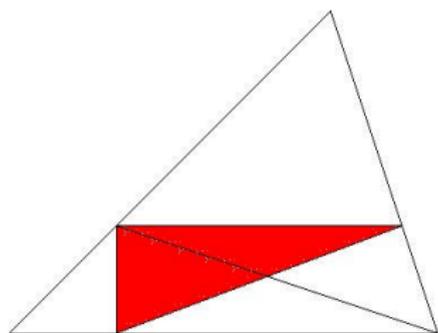
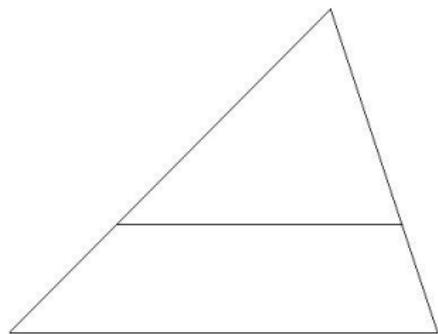
# Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



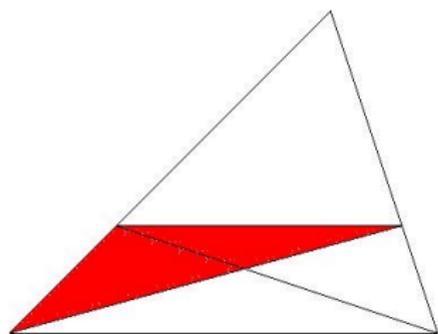
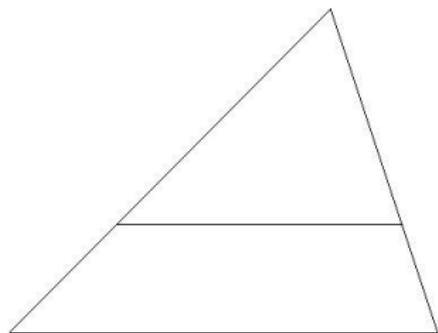
# Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



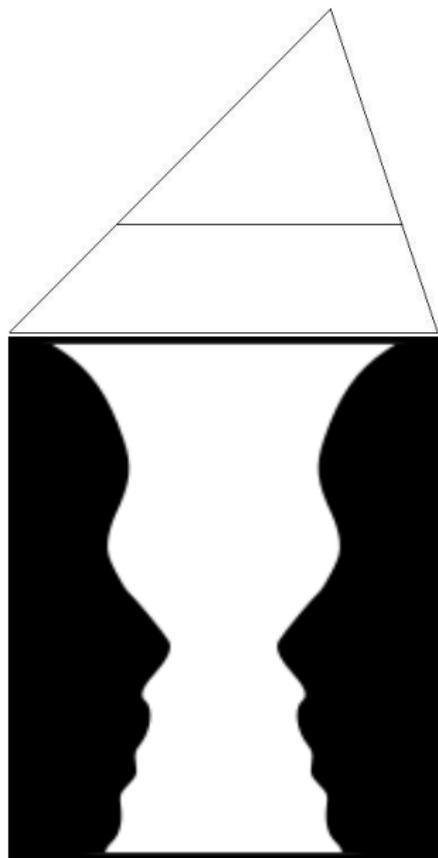
# Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



# Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



# Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete

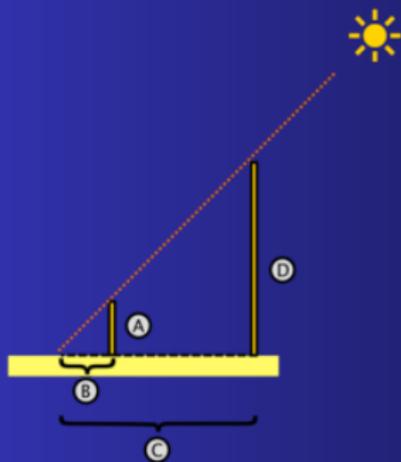


# La misura della scuola

Di spalle vedete Margherita durante il suo tirocinio.



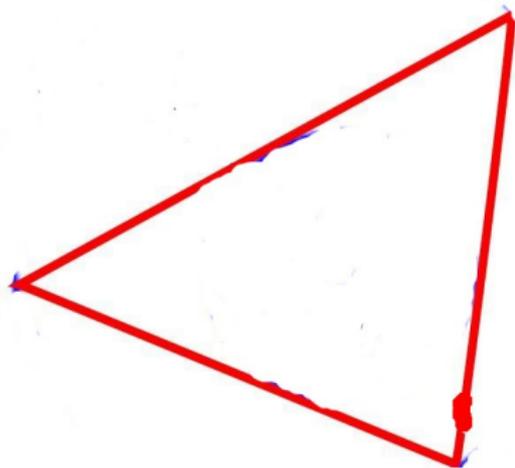
# Come utilizzare il contributo del marciapiede



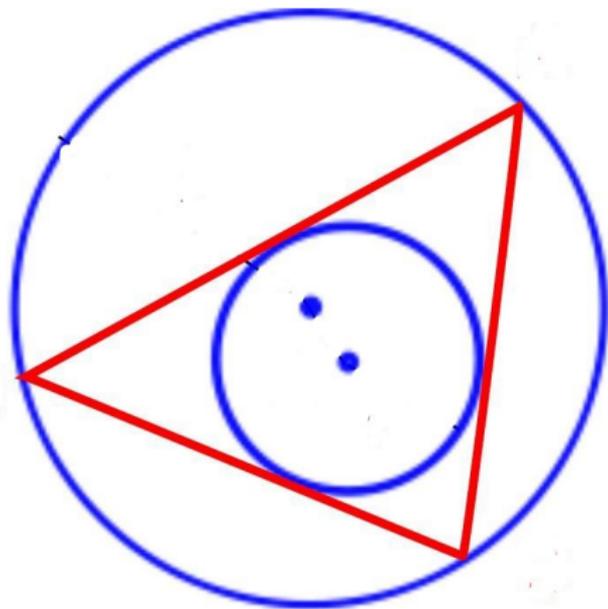
Si prende la misura dell'ombra piegando il metro come nella foto poi si misura a parte l'altezza del marciapiede si procede con il calcolo usuale, dove l'altezza del marciapiede

- va tolta dalla misura dell'ombra
- va tolta anche dall'altezza della scuola ottenuta

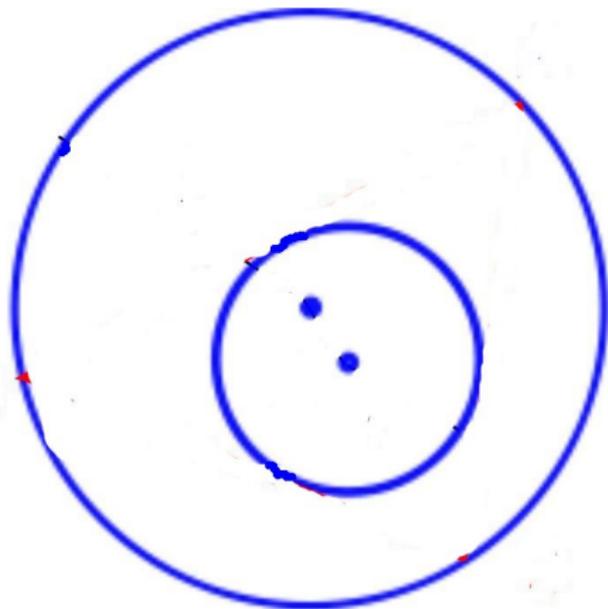
# Circonferenza inscritta e circoscritta a un triangolo



# Circonfrenza inscritta e circoscritta a un triangolo



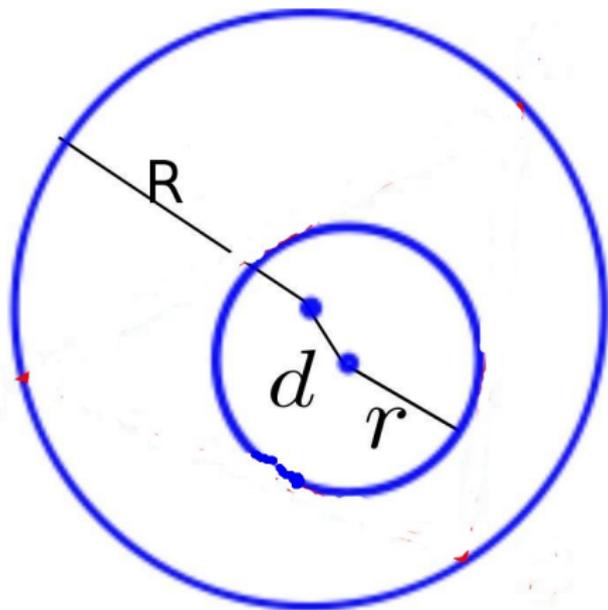
# Teorema di Eulero



circoscritto ?

Esiste un triangolo inscritto e

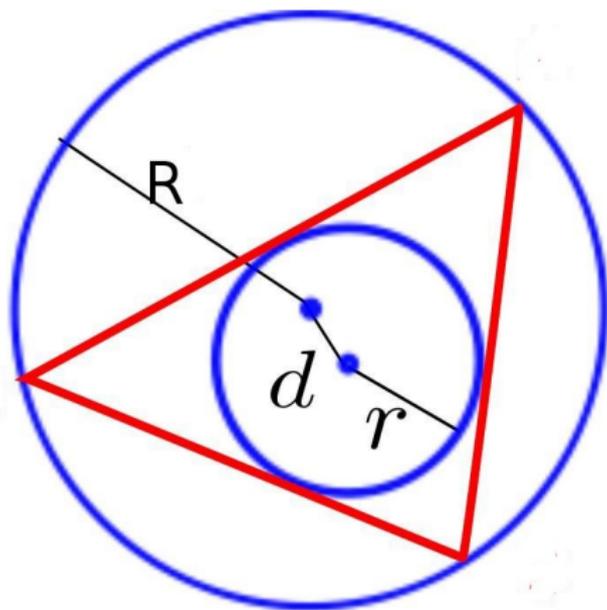
# Teorema di Eulero



$$d^2 = R(R - 2r)$$

Il triangolo esiste se e solo se

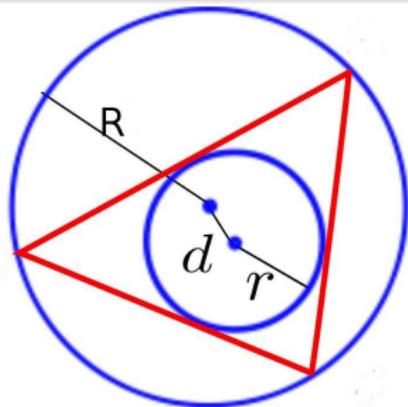
# Teorema di Eulero



Qui  $d^2 = R(R - 2r)$

## Corollario

*Siano  $r$  e  $R$  i raggi delle circonferenze inscritta e circoscritta a un triangolo. Abbiamo  $2r \leq R$  e vale l'uguaglianza se e solo se il triangolo è equilatero.*



# Invarianti di due coniche

Siano  $A$  e  $B$  le matrici simmetriche  $3 \times 3$  di due coniche .  
Scriviamo

$$\det(A + tB) = \det A + t\sigma_1(A, B) + t^2\sigma_2(A, B) + t^3 \det B$$

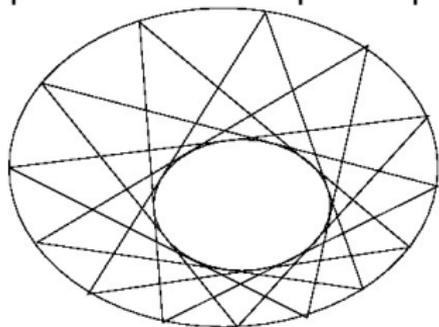
C'è un triangolo inscritto ad  $A$  e circoscritto a  $B$  se e solo se

$$\sigma_1(A, B)^2 - 4 \det A \sigma_2(A, B) = 0$$

(Cambridge Mathematical Tripos 1876)

# Teorema di Poncelet

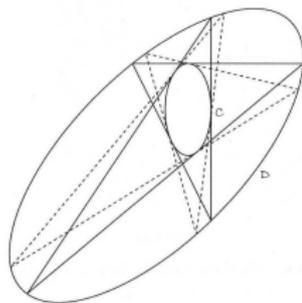
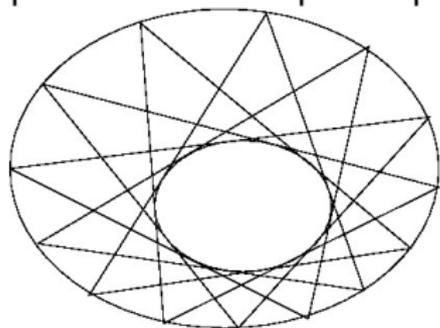
Se il “polilatero” si chiude dopo  $n$  passi, partendo da un punto particolare della conica esterna, allora si chiude dopo  $n$  passi partendo da un qualunque punto della conica esterna,



Ci sono formule analoghe (più complicate) per le coppie di coniche che ammettono un  $n$ -polilatero inscritto e circoscritto.

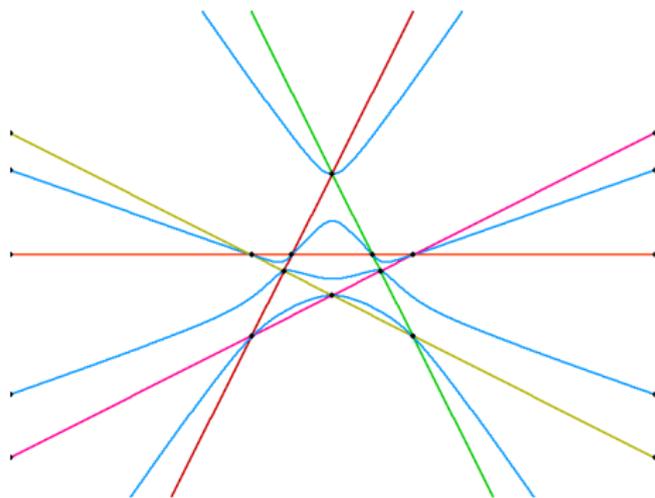
# Teorema di Poncelet

Se il “polilatero” si chiude dopo  $n$  passi, partendo da un punto particolare della conica esterna, allora si chiude dopo  $n$  passi partendo da un qualunque punto della conica esterna,



Ci sono formule analoghe (più complicate) per le coppie di coniche che ammettono un  $n$ -polilatero inscritto e circoscritto.

# Quartiche di Lüroth



Una curva quartica piana si dice di Lüroth se è circoscritta a un pentalatero completo. L'invariante delle quartiche di Lüroth ha grado 54 e il suo studio è un attuale problema aperto. Poche settimane fa è stata trovata una formula esplicita, ancora non del tutto soddisfacente.

# Commenti sul percorso visivo

Il rigore esiste a molti livelli.

Un luogo comune è che il ragionamento geometrico “attraverso le figure” è solo intuitivo. Questo è il modo sbagliato di approcciarsi alla geometria.

Il rapporto tra geometria sintetica e geometria analitica è ben più complesso, solo con Hilbert si è compreso che sono due facce della stessa disciplina.



# Qualche conclusione

è importante mantenere un percorso di geometria sintetica all'interno dell'insegnamento nella scuola superiore  
è importante che gli studenti universitari affrontino questioni di geometria sintetica, e trovino lo charme del nome Geometria.  
è importante che nel percorso di formazione degli insegnanti la geometria sintetica venga recuperata anche dal punto di vista disciplinare

Lo studente per primo deve collegare la matematica del Liceo con la matematica universitaria.





Grazie per l'attenzione!