

CONVERSAZIONI SULLA DIDATTICA DELLA MATEMATICA

di *Maria Giuditta Campedelli*

"La difficoltà della matematica non è in se stessa, ma nel modo in cui viene insegnata; la leggenda antica che per apprenderla occorra predisposizione naturale nasce dal fatto che sono trascurate le basi del suo insegnamento; ... esso richiede scienza e arte, sapere e saper fare"

Y. H. Herbart (1776-1841)

Siamo, e tutti lo sanno, in un momento di transizione verso una nuova struttura del nostro edificio scolastico, rivisto e modificato e in ogni ambito disciplinare si sta portando avanti un vivissimo dibattito su competenze e nuclei fondanti.

Non è di questi temi che intendiamo discutere; vogliamo piuttosto riflettere su quei principi di base nella didattica, e in particolare in quella della matematica, che sono irrinunciabili; non possono quindi essere disattesi e sopravvivono a qualunque riordino e mutamento. Ci soffermiamo su tali temi rivolgendoci a chi lavora nella scuola da tempo per rinfrescarne la memoria, a chi è entrato nell'ambiente da poco e soprattutto a coloro che, di laurea recente, si accingono ad affrontare il difficile e affascinante compito di insegnare.

Le idee che esporremo provengono da studio, riflessioni, pratica sul campo. Alcune osservazioni, delle indicazioni, certe proposte sono il frutto di una lunga consuetudine di lavoro portata avanti all'interno e con la collaborazione del Nucleo Ricerche Didattiche, che opera presso il Dipartimento di Matematica "U. Dini" dell'Università di Firenze. Molte considerazioni sono riprese, perché totalmente condivisibili, condivise ed ancora del tutto attuali, da scritti di Luigi Campedelli, e ne riportano in forma sintetica alcuni aspetti del pensiero sulla scuola e i suoi problemi [1]. A partire dagli anni cinquanta, per un quarto di secolo circa, Egli è stato uno degli studiosi di "Didattica della matematica" più attivi a livello europeo.

La matematica e la scuola

E' ben noto che nelle scuole s'insegnano diverse materie, non certo con lo scopo di fare degli specialisti. Tutte quelle discipline, ciascuna per le proprie caratteristiche, e nel loro insieme per le reciproche integrazioni, contribuiscono a sviluppare in modo compiuto la personalità dell'allievo. Così la preparazione letteraria non vuole necessariamente creare degli scrittori o dei linguisti; la filosofia non è destinata a generare dei novelli filosofi, la storia degli storici, la matematica dei matematici, la fisica dei fisici; ecc ..

Solamente la lingua materna e la matematica sono argomento di studio in ogni parte del mondo, in ogni istituto scolastico di qualsiasi tipologia; costituiscono infatti entrambe il veicolo che consente di inserirsi nella tradizione culturale dei diversi popoli e la loro conoscenza è uno fra gli elementi di maggior valore sociale. Hanno la peculiarità di poter adeguare i propri contenuti a ciascun livello scolastico, poiché sanno rispondere alle esigenze di tutte le età.

La matematica risente talora di qualche "moda" scientifica che ne porta a privilegiare l'uno o l'altro capitolo; progredisce però nel suo cammino non legata ad alcuna ideologia politica e si mantiene al di sopra di ogni mutare di costumi.

Appartiene nello stesso momento al campo umanistico e a quello scientifico. Nasce infatti, costruzione di puro pensiero come la poesia, la musica ed ogni altra forma d'arte, dal desiderio di trovare un' interpretazione per la realtà, che dunque suggerisce alla mente attività matematiche per rappresentarla. Così una collezione (o mucchio, o insieme) di oggetti distinti ha portato, all'inizio della civiltà, a grandezze discrete, cioè i numeri; il filo teso, la superficie di un lago hanno fatto pensare a grandezze continue, e dunque hanno suggerito i primi passi alla geometria. La nostra scienza ritorna poi alla realtà attraverso le molteplici applicazioni, per allontanarsene ancora, presa da nuove indagini teoriche.

E' per tali motivi che si può parlare di due suoi aspetti, quello speculativo e l'applicativo, che

s'intrecciano continuamente, essendo motivo di reciproco progresso.

La visione della matematica scolastica troverà un giusto equilibrio fra le due facce.

Si deve tenere presente che la speculazione matematica è elemento intrinseco ed essenziale alla formazione umana, non meno di alcun altro tipo di studio; fornisce un mezzo insostituibile per un completo sviluppo della mente, con effetti sulle caratteristiche della personalità, dal momento che crea nell'individuo capacità di riflessione, di equilibrio, di obiettività di giudizio.

Per questo riteniamo si debba realizzare un insegnamento in cui, ovviamente avendo presenti l'età dei discenti e l'indirizzo da loro scelto, si riesca a far comprendere a grandi linee l'essenza del modo di procedere del pensiero matematico, ossia che i vari capitoli sono costruiti basandosi su premesse (assiomi) da cui, con metodo deduttivo, si traggono asserti che sono validi poiché conseguenze logiche degli assiomi scelti, fra loro indipendenti e non contraddittori. Insomma la matematica è una scienza ipotetico-deduttiva, secondo la felice dizione di Mario Pieri (1860-1917). Si guidino poi i giovani a riconoscere analogie in ambiti diversi, in modo da dare loro l'opportuna visione unitaria. Sarà anche un mezzo per affiancare e completare (e nei casi più gravi sostituire) il valore formativo delle discipline umanistiche, le capacità d'indagine e di analisi critica che esse creano, il fascino della cultura che esaltano, e la cui attrazione va oggi sempre più diminuendo. L'aspetto applicativo della matematica è comunemente noto, poiché ha senza dubbio applicazioni vistose. Gli strumenti di cui dispone la nostra disciplina hanno consentito in passato, e consentono ora, di giustificare razionalmente scoperte proprie di altri campi scientifici, e danno impulso a nuovi progressi. Vi sono riflessioni matematiche che accettano, oltre il normale processo deduttivo, anche quello induttivo e intervengono così in ricerche e valutazioni di carattere sociale, facendo preventivi e consuntivi.

Nessuno ignora che l'informatica deve il suo stesso esistere e il suo, progredire alla matematica; le medesime situazioni si ripropongono per la tecnologia, che evolve in modo travolgente e che per sua natura è fredda e impersonale, così da sembrare quasi non conservare in sé tracce di apporti umani.

La matematica dispone di linguaggio e simbolismo propri, atti ad esprimere relazioni e ad illustrare circostanze in maniera sintetica. Gli sviluppi algoritmici, anche i più ingegnosi, pur se parte integrante, non ne costituiscono certamente il carattere predominante; molti lo credono e tale equivoco sorge dal fatto che sono condizionati da studi pregressi, avendo ricevuto un'istruzione in cui ha prevalso, ed è nefasto, l'uso delle formule e della sfilza di regole da apprendere a memoria. Ciò ha formato un bagaglio pesante e dannoso, che può aver spento sul nascere qualunque interesse. Bisogna insomma, attraverso un oculato insegnamento di questa nostra scienza, esaltarne i valori che producono arricchimento di umanità, comprensione del mondo intorno a noi, e portano ad usare tecnica e tecnologie con consapevolezza.

Laurea in matematica e insegnamento

Richiamiamo ancora una volta l'attenzione del lettore sul fatto che non vogliamo inserirci nel dibattito attuale sulla ristrutturazione dell'ordinamento scolastico e sulle riflessioni circa i contenuti disciplinari a la loro gestione per dare ai giovani competenze di carattere generale, oltre che specifiche. Intendiamo invece ricordare circostanze e valori che sussistono al di là del momento contingente, e lo travalicano.

Il laureato in matematica che si dedica all'insegnamento si trova a dover affrontare un aggiornamento costante [2]. Questo presenta due volti: significa infatti ripensare i temi trattati e acquisiti nel corso degli studi universitari nell'ottica della loro gestione in classe e inoltre mantenersi al corrente delle innovazioni di tipo culturale e didattico che subentrano continuamente nell'ambito disciplinare che lo riguarda.

Relativamente alla prima questione, è certo che le cognizioni di matematiche superiori sono necessarie al docente per presentare quelle elementari [3], ma deve molto studiare per individuare le metodologie da seguire nel proprio lavoro. E' - diciamo - un'ingenuità il far conto di ripetere quelle dei propri insegnanti secondari, per quanto valide fossero, dal momento che gli argomenti e il linguaggio parzialmente rinnovati e il contesto certamente diverso hanno esigenze differenti.

La lezione va scrupolosamente preparata, sia per quanto riguarda il capitolo in studio, certamente

da rinfrescare e talora arricchire o magari ridimensionare, sia per il percorso didattico sicuramente un po' da modificare, perché va sempre adeguato all'ambiente, le cui caratteristiche mutano di anno in anno. Vi sono infatti problematiche legate alla situazione contingente, che il professore deve di volta in volta affrontare e risolvere in prima persona.

Una delle attrattive del mestiere consiste nel fatto che, per chi s'impegna con serietà niente è meno standardizzato e la routine è inesistente. Colui che non tiene conto di tali fattori, o non vuol vedere questi aspetti del lavoro nella scuola, è bene non faccia l'insegnante e si cerchi qualche altro tipo di attività.

Consideriamo ora l'altra faccia dell'aggiornamento, quella che risponde alla definizione "tenersi al corrente per quanto riguarda la propria preparazione professionale e culturale" (Devoto-Oli, Dizionario della lingua italiana) e comporta "rinnovamento e revisione in rapporto col progresso dei tempi" (Battaglia, Grande dizionario della lingua italiana).

Anche se si può far conto su un aggiornamento organizzato a livello istituzionale, essendo riconosciuto quale diritto-dovere (art.282 del T.u. n.297/1994) di chi lavora nella scuola, è bene sapere che il professore si deve soprattutto organizzare in proprio, programmando sì cioè quello che si può chiamare "autoaggiornamento", da portare avanti quotidianamente. Talora si rivela utile la creazione di un gruppo di lavoro insieme con colleghi, se si preferisce non procedere da soli: in ogni caso occorre mantenersi al corrente per realizzare in classe un'opera produttiva e vitale, non fiacca, monotona, poco significativa, superata dall'evolversi della vita intorno.

Chi insegna cercherà di frequentare le biblioteche e in particolare, se è possibile, quelle presso le sedi universitarie, dove potrà trovare testi e riviste di didattica, che è necessario conosca e legga attentamente perché non di rado vi sono spunti cui prestare attenzione e sui quali discutere con se stessi e con altri. Le riviste sulla scuola e i suoi problemi offrono interesse anche quando non si occupano esclusivamente di matematica; la lettura di scritti su problematiche culturali e didattiche relative ad altre discipline costituisce un'ottima occasione per ampliare i propri orizzonti. A ciò potranno inoltre contribuire le vaste bibliografie ben aggiornate di cui solitamente tali pubblicazioni dispongono.

E' molto importante avere notizia sia di quanto si va studiando e proponendo come metodologie d'approccio e di gestione di temi, sia dei nuovi sussidi informatici che bisogna valutare con attenzione, senza fervori avventati né diffidenze eccessive.

Da qualche tempo vengono pubblicati, quasi sotto forma di romanzo, libri di storia della scienza, e in particolare della matematica, e opere di divulgazione; fanno seguito, in forma letteraria diversa e forse tutto sommato più rispondente al gusto del lettore d'oggi, a testi molto belli e noti di alcune decine di anni fa. Si trova notizia di tali nuovi volumi, oltre che ovviamente in libreria, anche in alcune delle più attente riviste di didattica e talora persino su quotidiani e settimanali. Si tratta di scritti che hanno lo scopo di soddisfare curiosità per lo più sollecitate dai media, che anche in questo campo hanno il potere di indirizzare l'opinione pubblica; debbono ovviamente interessare i docenti che li discuteranno insieme con i loro allievi, per instradarne il gusto e le capacità critiche. L'aggiornamento è quindi elemento intrinseco della vita dell'uomo di scuola: richiede molto tempo e un serio impegno, non ha senza vincoli imposti e comporta responsabilità individuale. Costituisce uno stimolo a continuare, o ritornare, a studiare: è piacevole muoversi in mezzo ai libri e sapersene valere per far loro dire quanto interessa. E' poi anche l'occasione per riflettere con una maggiore maturità su temi già acquisiti e per ampliare la propria cultura. Concorre a realizzare un buon lavoro in classe e ciò - è noto - ricompensa e gratifica.

I libri di testo

Occorre che gli insegnanti abituino gli allievi ad avere confidenza con i libri. Il testo di matematica, strumento di lavoro indispensabile, deve essere un volume come un altro: scritto bene, chiaro, piacevole a leggersi, un amico di chi lo tiene fra le mani, che si vuole conservare il più a lungo possibile; anche se il giovane lo frequenterà per un tempo relativamente breve, resterà a sua disposizione, familiare e accessibile, per ricordare cose magari sfuggite dalla memoria. Sarebbe bene che la prima lettura avvenisse in classe; vi si ritroverà, almeno parzialmente, quanto è già stato spiegato. Il docente evidenzierà l'auspicabile precisione nel linguaggio con cui sono

presentati i concetti, e così saranno nuovamente discussi e puntualizzati. Magari si faranno osservazioni critiche.

Non condividiamo l'abitudine propria di parecchi professori di mettere nelle mani dei ragazzi appunti scritti delle proprie lezioni. Si sminuisce in tal modo l'importanza di imparare ad orientarsi sui libri, di sentire una voce diversa per proposte che sostanzialmente sono le medesime. Poiché un'opera scientifica ben impostata non indulge in parole inutili, né eccede nella sintesi, educa anche ad esprimersi sia oralmente che per scritto.

Viene il momento, per chi lavora nella scuola, di dover procedere alla scelta del testo [4], può darsi per il desiderio di disporre di un supporto didattico più aggiornato, o per la necessità di sostituire opere per vari motivi non soddisfacenti. Solitamente ciò accade dopo una routine faticosa di supplenze che ha dato luogo a incontri con ambienti dalle diverse caratteristiche e quindi ha fatto conoscere volumi di vario genere già selezionati da altri, che ben difficilmente rispondono alle proprie inclinazioni e idee.

Affrontando il problema, colui che insegna si trova di fronte a un compito molto delicato e per il quale non ha mai avuto una preparazione specifica; dovrà basarsi sulla sensibilità soggettiva, tenendo presenti le esigenze culturali e la recettività dell'ambiente in cui si trova ad operare. I libri sui quali ha a suo tempo studiato sono per molti riguardi certamente obsoleti e non costituiranno altro che un suo possibile riferimento personale.

Non è gli è facile, nella vasta pubblicistica e sottoposto ad incalzanti inviti pubblicitari, scoprire e selezionare ciò che cerca; occorre sappia stabilire confronti e trovare pregi e difetti, spesso dovendosi contentare di scegliere non ciò che soddisfa, ma quanto è meno sgradevole. A questo portano motivi contingenti, quali l'uniformità di adozione fra le varie sezioni o altre tradizioni ambientali consolidate; e non è affatto giusto.

E' ovvio che non si possono indicare criteri generali, validi per ogni docente ed ogni scuola; tuttavia vi sono fattori dall'esame dei quali non è consentito prescindere.

Si comincerà dagli *indicatori editoriali*: il nome, o i nomi, degli autori; se sono accompagnati da fama pregressa, o dalle loro qualifiche professionali, ci si potrà accostare già con una qualche fiducia, o magari con remore non di poco conto. Importante è sapere l'anno di edizione e se si tratta di prima uscita, o revisioni successive: il giudizio che se ne può trarre è variegato. Una prima edizione, con il sapore della novità, si presenta certamente attuale nei contenuti, pur se più facilmente suscettibile di contenere sviste o, ancor peggio, errori, che in una ristampa quasi certamente non si trovano. Se è una riedizione successiva ad una prima molto anteriore, probabilmente l'opera, pur avendo avuto in origine molti pregi, è ora in parte superata. Rifacimenti e ammodernamenti di "classici" sono quasi sempre un vero tradimento delle intenzioni del primitivo autore. Non è elemento da trascurare la veste grafica che, se snella e accattivante ma non bamboleggiante, favorisce lo studio; hanno inoltre importanza il prezzo e il peso.

Per quanto si riferisce alla *struttura* dell'opera che spesso, ed è un fattore positivo, è accompagnata da una guida per l'insegnante, è opportuno rilevare se l'impostazione è rigorosamente in verticale (circostanza didatticamente discutibile) o se è consentita, e suggerita, una lettura parzialmente trasversale; se sono presenti idee opportune quali sono le note introduttive circa i prerequisiti, i successivi contenuti, e gli obiettivi; se vi sono, valido sussidio, dei quadri che evidenziano i risultati più significativi. Le letture a carattere storico e interdisciplinare sono indispensabili così come gli esercizi, che occorre osservare dove e in qual modo siano distribuiti. Un indice analitico è molto utile: i ragazzi debbono imparare ad usarlo. La citazione di riferimenti bibliografici è un altro motivo di notevole valenza educativa. Né è da sottovalutare l'impatto istruttivo di una forma linguistica accurata ed elegante.

E' superfluo dire della necessità che *il piano di lavoro* alla base del libro deve apparire evidente nel razionale ordinamento del susseguirsi delle pagine ed essere organico e condiviso da chi adotterà l'opera; questa dovrà costituire inoltre una guida inequivocabile e sicura per l'utente, con un linguaggio in cui il malinteso senso del rigore [3] non si trasformerà, come non di rado avviene, in mancanza di chiarezza.

Riteniamo importante che gli argomenti non siano trattati in modo autonomo e siano invece evidenziati legami e analogie. Così si osserveranno, tenendo ovviamente ben presenti i destinatari,

la loro età e il loro livello culturale, se sono poste in luce le correlazioni fra operazioni insiemistiche, numeriche e logiche; fra geometria ed algebra; fra probabilità, teoria degli insiemi e logica; fra matematica e altre discipline scientifiche e altri ambiti culturali; fra strumenti informatici, risoluzione di problemi e gestione di particolari temi sia nell'ambito della geometria che in altri campi di studio. Non si dovrà prescindere da riflessioni sullo sviluppo storico delle idee e, qualora la maturità degli studenti lo consenta, si dovrà tenere conto dell'esigenza di presentare considerazioni conclusive sulla struttura logica della matematica, ossia su quello che abbiamo indicato come l'aspetto speculativo della disciplina.

In una materia quale la nostra hanno enorme peso gli esercizi, che l'autore, o gli autori, avranno scelto e proposto in modo da farli risultare il più possibile motivati, e quindi interessanti, ben graduati e costruttivi, non monotoni e ripetitivi. Alcuni guidati per aiutare nel primo impatto, altri di approfondimento, per chi ha già conquistato il necessario sapere; sempre con il risultato, che gratifica l'utente capace e sollecita a ripensare la situazione chi è più incerto.

Un'idea abbastanza originale, e forse non sufficientemente recepita dagli autori, è quella di invitare gli allievi ad una "caccia all'errore": si tratta di riconoscere quali sbagli siano stati commessi (il loro numero viene indicato a priori) nello svolgimento dell'esercizio proposto e di cui è indicato il procedimento risolutivo che contiene dunque inesattezze concettuali o magari soltanto di calcolo. Ne seguono osservazioni che si rivelano efficaci e costruttive.

La validità degli esercizi è dunque da esaminare attentamente, quando si debba dare la preferenza ad un testo scolastico.

Alcuni libri privilegiano l'approccio per problemi, e possono dunque essere adottati solo da chi lo condivide, altrimenti il disagio cui va incontro è notevolissimo.

Per concludere, il docente che ha a disposizione varie opere fra cui individuare quella ottimale, per essere certo di non trascurare elementi di valutazione mentre procede nella lettura, sarà bene tenga vicino un foglio dove avrà preparato uno schema nel quale avrà indicato gli elementi su cui fissare l'attenzione, distinguendo i requisiti irrinunciabili e quelli meno significativi.

Un decalogo per l'insegnante di matematica

Quando l'insegnamento di una qualsiasi materia, cioè "l'esposizione e la spiegazione perché altri apprenda" (Zingarelli "Dizionario della lingua italiana") può essere, a buon diritto, qualificato "valido"?

Nel 1955 il matematico spagnolo Pedro Puig Adam ha proposto un (che forse si potrebbe addirittura dire "il") "Decalogo dell'insegnante di matematica", i cui primi cinque comandamenti, e volendo anche l'ultimo, possono essere riferiti agli impegni in classe del docente di qualunque materia. Tale decalogo, che si presenta in forma compiuta, organica e simpatica ed è ancora oggi attualissimo, sintetizza in brevi dettami quelle che sono le indicazioni che emergono da studi di didattica molto seri e che certamente non si possono qualificare datati. Va dunque letto e meditato con molta attenzione ed anche, ovviamente, messo in pratica. Abbiamo fatto qualche piccolo adattamento che non ne tradisce lo spirito ma anzi lo esalta e siamo certi che il lettore ne osserverà la modernità e rileverà come costituisca uno stimolo ad una valida riflessione, e una guida.

- I. *Non seguire rigidamente un unico criterio didattico. Osservare di continuo gli allievi, ed uniformarsi alle loro esigenze.*

Quando si prepara la lezione e si imposta la trattazione di un tema pensando a come si svolgerà in classe, si deve prevedere la possibilità di modificare il piano di lavoro, pronti e sensibili a recepire le reazioni degli utenti; ci si saprà adeguare alle loro richieste, disponibili e disposti ad ascoltare le loro sollecitazioni. Gli argomenti dunque verranno organizzati non secondo uno schema rigido preconstituito, ma adattati alla situazione contingente; si terrà presente che le curiosità degli allievi sono continuamente influenzate dall'esterno. La scuola deve saperlo, procedere nel proprio cammino attenta alla realtà intorno e non può succedere, anche se qualcuno potrebbe ritenerla migliore e più comoda soluzione, il contrario.

- II. *Insegnare guidando le attività creatrici degli allievi e il loro spirito di scoperta, suscitando un interesse diretto e funzionale per l'oggetto che è argomento di studio.*

I ragazzi hanno, per lo più, doti di fantasia e spirito d'iniziativa: le une e l'altro, anche se non

evidenti, possono essere sollecitati e risvegliati. Saranno molto utili per aiutare nel cammino della matematica; l'interesse e l'entusiasmo nascono se si procede, sia pure guidati, da soli, non se si è costretti a subire tutto dal di fuori, come un qualcosa di pesantemente perfetto che si deve accettare senza discutere. E' allora fondamentale l'insegnante abbia un continuo scambio di opinioni con gli alunni e del resto egli stesso può ricavare interessanti suggerimenti dalle loro idee, spesso piene di buon senso. E' ovvio che non è consentito lasciare che sbriglino liberamente l'immaginazione, ma le iniziative personali devono essere indirizzate verso la meta, prefissata nell'ambito del piano di lavoro.

III. Stimolare negli allievi, per quanto è possibile, la capacità di autocritica e la facoltà di auto-correzione.

La mancanza di autocritica costituisce un fattore negativo in ogni aspetto della vita, né è facile incontrare chi, riconosciuto l'errore, abbia volontà di emendarlo e capacità di farlo. Fra i compiti del docente vi è quello di abituare gli allievi ad esaminare i propri risultati scolastici, per riconoscerne la validità o i limiti; occorre poi che, riflettendo, sappiano correggersi. Chi nelle proprie classi è riuscito a realizzare, almeno parzialmente, tali obiettivi, ha saputo dare ai giovani e giovanissimi che gli sono affidati uno strumento di vita molto ricco, quale è quello di imparare a giudicare con la propria testa, e quindi a saper valutare se stessi e gli altri.

IV. Cercare di gratificare ogni allievo con qualche successo personale.

Ogni momento della vita è vissuto con migliore disponibilità e maggiore impegno se offre qualche gratificazione. L'insegnante sentirà il dovere morale di stimolare gli allievi evidenziandone i successi personali e di creare delle situazioni atte a valorizzare le capacità di ciascuno. Tutto ciò richiede, ovviamente, molto tatto e sensibilità. E' questo certamente un modo di procedere che incoraggerà allo studio anche chi lo affronta con notevole fatica, e potrà far superare lo scoraggiamento, fattore del tutto negativo. Si debbono insomma evitare clamorosi insuccessi scolastici.

V. Non insegnare in modo impersonale limitandosi a trasmettere cultura.

Il docente evidenzi gli argomenti più significativi; non si limiti a questo, indichi ai suoi allievi, nello svolgere la lezione, le proprie preferenze nell'ambito disciplinare e il perché di esse. I giovani hanno bisogno di umanità, e niente ne è privo come un individuo che non manifesti emozioni mentre illustra, o cerca di illustrare, l'altrui pensiero.

Chi limita la propria opera e il proprio intervento in classe ad una "trasmissione di cultura", quasi si trattasse di travasare nozioni in altri contenitori, viene meno ai suoi compiti. Egli deve avere e comunicare entusiasmo, fornire un metodo di studio, che consenta ai giovani non soltanto di acquisire competenze ai fini scolastici, ma di soddisfare quelle curiosità, quegli interessi e stimoli di carattere culturale che sarà riuscito a suscitare in loro e gli altri, che provengono dall'esterno.

Nelle secondarie attuali, e sempre di più in quelle del futuro, si tende a creare l'abito mentale verso una visione globale del sapere (si pensi alla terza prova dell'esame di stato conclusivo): si deve quindi lavorare non strettamente per ambito disciplinare, ma portare avanti un tipo di studio in cui avranno grande valenza l'interscambio fra le varie culture e l'opera svolta in équipe.

VI. Avere sempre presenti le tracce dell'evoluzione della matematica.

Questo invito evidenzia la necessità che il docente conosca la storia della matematica, che permette di presentare la nostra scienza non solo nel suo aspetto statico, ma in quello dinamico [2], trasmettendo una viva e appassionata visione dei processi creativi e costruttivi. Non solo: la datazione di scoperte che costituiscono tappe fondamentali e che porta a situarle nell'ambito socio-politico-culturale in cui hanno avuto luogo, contribuisce ad aprire le menti e gli orizzonti dei giovani. Ciò ovviamente non significa seguire in classe il percorso storico, ma realizzare un intelligente equilibrio tra l'argomento matematico e il posto che occupa nello svolgersi della disciplina. Possono aiutare a percorrere un tale iter problemi ed esercizi letti in lavori di studiosi del passato. Si vedano in bibliografia, quali esempi, i [5], [6], [7], [8].

VII. Non dimenticare che la matematica trae origine dalla realtà concreta e graduare accuratamente il successivo procedere verso la pura astrazione.

Al di là del fatto, scontato, che qualunque sia il livello scolastico i contenuti debbono essere precisi e in nessun caso approssimati, senza ombra di equivoco culturalmente parlando (che se il docente, per distrazione o altro, commette errori, deve avere assolutamente il coraggio di avvertirne gli

allievi), i temi proposti, gestiti in modo da coinvolgere i ragazzi, saranno appropriati per la loro età. Vi è il momento in cui è indispensabile il riferimento concreto, che del resto non verrà mai completamente disatteso; l'approccio all'astrazione sarà accuratamente strutturato in passaggi successivi, avendo sempre presente se vi sia la necessaria maturità per recepire i concetti.

Il bamboleggiare con nozioni ed esempi infantili, il mancato rispetto della indispensabile gradualità nella presentazione degli argomenti e l'anticipare idee astratte quando non vi siano ancora le condizioni per capirle costituiscono errori nel campo della didattica. Il primo atteggiamento porta a situazioni d'insofferenza, dal momento che non c'è chi abbia interesse quando si tratta di perdere il tempo su questioni che si presentano banali. Gli altri hanno conseguenze più pesanti; allontanano dallo studio e alienano le simpatie verso la materia, poiché a nessuno piace fare una fatica infruttuosa di cui non comprende le finalità.

VIII. Non distruggere l'unità della matematica ed evidenziare i suoi rapporti con il mondo fisico e sociale.

Il senso di queste indicazioni è evidente: occorre che la visione scolastica della matematica ne tenga in considerazione sia l'aspetto speculativo, cercando di chiarire la struttura logica dei vari capitoli che la costituiscono ed esaltandone in particolare le analogie di struttura quale elemento unificante, sia quello applicativo, in tutti i suoi significati.

IX. Aspettare che gli allievi abbiano raggiunto un'adeguata sicurezza nella risoluzione dei problemi prima di indicare loro l'uso dei procedimenti formali meccanici.

Il problema, scelto in modo da apparire interessante agli occhi del giovane studente, può appassionarlo alla matematica fornendogli motivazioni; gli insegna a "leggere", dato che per risolverlo si devono individuare ed esaminare attentamente le richieste, distinguere e precisare i dati, stabilire le strategie. Dunque ne promuove e coltiva le doti di ragionamento.

Il meccanicismo formale introdotto intempestivamente rende inefficace, se non addirittura negativo, uno degli strumenti didattici di maggior presa sugli allievi, mortificandone la fantasia, lo spirito d'iniziativa, le doti di riflessione. E' pur vero che vi sono metodi standard per rispondere a domande standard, ma se ne potrà accettare l'uso quando i ragazzi avranno del tutto recepito il procedimento risolutivo; tuttavia si rende necessario verificare abbastanza di frequente che l'automaticità di certi iter non abbia soffocato la memoria dei ragionamenti che ne giustificano l'esistenza.

X. Curare che gli allievi si esprimano in modo da tradurre fedelmente il proprio pensiero.

Questa indicazione coinvolge ovviamente qualunque disciplina: in riferimento alla matematica, ne riguarda i due momenti tradizionali nella vita di scuola: quello dell'esposizione orale e l'altro, della prova scritta. La prima è usualmente guidata dal docente, che cerca di ottenere che il tema oggetto di studio venga presentato dall'allievo seguendo un rigoroso ordine logico e con un appropriato linguaggio. Per quanto si riferisce all'altra, non è il giochetto tradizionale che ha consentito di risolvere il solito problema, l'applicazione automatica di opportune formule, l'impostazione e lo svolgimento di un calcolo più o meno semplice che possono chiarire, all'insegnante ed all'allievo stesso, fino a qual punto egli abbia approfondito e fatto proprie le questioni; è indispensabile che il ragazzo spieghi con uno scritto il procedimento che ha privilegiato e giustifichi il percorso. Tutto ciò contribuirà a realizzare uno degli scopi di ogni insegnamento: ottenere nel discente capacità di ragionare e di esprimere il proprio pensiero avendo idee ben chiare.

Impostare e svolgere una ricerca didattica

Nel lavoro dell'insegnante è possibile ricavare uno spazio che lo rende vivo, pieno d'interesse e gratificante e che aiuta a superare certi aspetti sgradevoli, magari anche di natura burocratica, che del resto sono presenti, in vario tipo, in qualunque attività: è il momento in cui si sente pronto per impostare e realizzare, da solo o con altri colleghi, una ricerca didattica.

Si tratta di costruire un'unità almeno parzialmente originale, coerente con la programmazione e, dopo averla strutturata, realizzarne la sperimentazione in una delle proprie classi e, nel caso, in classi parallele. Non è un impegno di cui sono capaci soltanto pochi eletti, che richiede doti di cultura superiori alla media; occorrono entusiasmo, buona volontà, consuetudine di studio e quindi abitudine a consultare libri, passione.

Per impostare il progetto e portarlo a termine in modo soddisfacente occorre riflettere su alcuni punti fondamentali: contenuti, obiettivi, prerequisiti, metodologie, verifiche.

E' ovvio che fra i *contenuti* e i destinatari c'è stretta interdipendenza; il docente terrà inoltre conto della programmazione, entro il cui ambito deve muoversi; né prescinderà dai gusti soggettivi e dalla propria preparazione che dovrà in ogni caso essere verificata, consolidata ed ampliata con opportune letture.

Sarà necessario puntualizzare gli *obiettivi*. Specifico di ogni ricerca didattica è il tentativo di individuare iter che conducano ad acquisire competenze (ossia conoscenze e abilità operative) distaccandosi dalla maniera tradizionale, per renderla più efficiente. Si realizzeranno così obiettivi informativi cui si accompagneranno quelli formativi, mai però troppo ambiziosi. Occorre anzi essere disposti a ridimensionare una parte o il tutto se, strada facendo, ciò si rendesse necessario; non è però consentito rinunciare ad un'opera incominciata, sarebbe estremamente diseducativo. Procedendo alla stesura del progetto il professore fisserà i *prerequisiti* di carattere culturale che si rivelano indispensabili; potrà poi pensare di verificarne il possesso da parte degli allievi presentando loro delle schede preparate proprio a quello scopo [9].

Nel rivolgere la propria attenzione alle *metodologie*, le progetterà in modo da non disattendere gli elementi portanti che hanno validità generale e che sono esposti nel "Decalogo" più sopra citato. Poiché il legame irrinunciabile esistente fra argomenti della ricerca e ambiente comporta che i temi non possano essere, pur se gradevoli, estranei ai temi ufficiali del corso, la ricerca s'incentra sull'individuazione di nuove metodologie d'approccio, che propongono percorsi alternativi ai tradizionali, utilizzano riferimenti storici [5, 6, 7, 8, 11], evidenziano collegamenti fra capitoli diversi all'interno della matematica [9, 10, 11] e al di fuori di essa, verso altre discipline. Chi realizza la sperimentazione evita quindi la consueta routine; non accetta alcun procedimento meccanico, e fa muovere i propri alunni guidandoli alla scoperta in modo graduale, così da far entrare in gioco le loro doti d'intuizione e di ragionamento. L'una ne sarà potenziata, l'altro organizzato.

E' inoltre fondamentale, per la buona riuscita, che gli allievi vengano coinvolti e diano tutta la loro fattiva collaborazione. Essi, emotivamente implicati e al corrente del traguardo culturale da raggiungere, esporranno le loro idee, che l'insegnante cercherà in ogni modo di valorizzare, indirizzandole però opportunamente verso le strategie adatte e correggendo tramite ampie spiegazioni le proposte non pertinenti o magari errate.

L'approccio ad un medesimo argomento può avvenire lungo cammini diversi [11]: la sensibilità didattica, supportata ed integrata, se è il caso, dalle proposte degli allievi, dirà quale sentiero sia più conveniente scegliere, o magari suggerirà d'imboccarne più di uno.

Il lavoro svolto sarà illustrato per scritto dai ragazzi che, riflettendo sulle problematiche affrontate, diranno delle strade seguite e dei risultati. Forse non si renderanno conto di quanto sarà loro stata utile questa ulteriore e insolita fatica: è infatti inconsueta per la prassi scolastica la richiesta di relazioni di tipo scientifico.

Esse, lette e discusse in classe, potranno far parte del materiale da utilizzare per la *verifica*, per la quale non vi è una via regia; è però certo che, nel valutare quanto ottenuto in rapporto a ciò che si aspettava, verranno sempre tenute presenti le modalità in cui è stata effettivamente portata avanti la sperimentazione. In certe situazioni il professore propone esercizi, in altre schede [10]; ne potrà trarre votazioni e anche raccolte di dati a scopo statistico.

Tutto quanto ora detto implica un'attenzione particolare e molta riflessione da parte di chi si senta attratto dall'idea di svolgere una ricerca didattica; potrà impostarla ex-novo, o basarsi su suggerimenti formulati da altri e fame una rielaborazione mirata. Potrà eventualmente ripeterla una o più volte, sempre migliorandola e adattandola. In ogni caso dovrà molto impegnarsi e allora ne sarà compensato.

BIBLIOGRAFIA

- [1] L. Campedelli "Matematica" ed. La Scuola, Brescia 1965
- [2] M.G.Campedelli "Autoaggiornamento in matematica" in Nuova Secondaria n.6, a.XVI, ed. La Scuola, Brescia 1998
- [3] F.Enriques "Insegnamento dinamico" in Periodico di matematiche, n.1, s.IV, ed. Zanichelli, Bologna 1921 - rist. in Archimede, n.1, a.XXXVIII, ed. Le Monnier, Firenze 1986
- [4] Nucleo Ricerche Didattiche di Firenze "Una scheda per l'analisi dei testi di matematica" in Nuova secondaria n. 7, a. VII, ed. La Scuola, Brescia 1990
- [5] M.G.Campedelli "Numeri e poligoni: una proposta didattica per l'inizio del biennio" in Didattica delle Scienze, a XXXI, n.179, ed. La Scuola, Brescia 1995
- [6] M.G.Campedelli "Da Pitagora, da Ippocrate, da Archimede: qualche idea per lavorare in classe su temi di geometria elementare" in Didattica delle Scienze, a.XXXIII, n.189, ed. La Scuola, Brescia 1997
- [7] M.G.Campedelli "Giovanni Regiomentano, matematico del Rinascimento" in Nuova Secondaria n.9, a.XVII, ed. La Scuola, Brescia 2000
- [8] M.G.Campedelli "I Fagnano, matematici italiani del XVIII sec." in corso di stampa in Nuova Secondaria, ed. La Scuola, Brescia
- [9] M.G.Campedelli "Proposte per un lavoro in classe: geometria e successioni numeriche" in Progetto Alice n.3, vol.I, ed. Pagine, Roma 2000
- [10] Nucleo Ricerche Didattiche di Firenze "L'introduzione dei vettori nell'insegnamento secondario" in Nuova Secondaria n.6, a.XVIII, ed. La Scuola, Brescia 2001
- [11] M.G.Campedelli "Una ricerca didattica di geometria e altre proposte" in Nuova Secondaria nn.2,3, a.XVIII, ed. La Scuola, Brescia 2000